MATHÉMATIQUES

2020 - 2021

Deuxième préparatoire

Premier semestre

Livre de l'élève

Rédigé par

M. Omar Fouaad Gaballah

Dr. Affaf Aboul Foutouh Saleh

Dr. Essam Wassfy Roufaïl

M. Mahmoud Yasser El Khatib

M. Sirafim Elias Iskandar

Révisé par

M. Hussein Mahmoud Hussein
consiller pour les mathématiques

M. Fathi Ahmed Chehata

M. Adel Mohamed Hamza

M. Nasser Saad Zaghloul

Première édition : 2009
Dépôt légal No: 17612/2009
I.S.P.N. 978-977-6294-41-7

بسم الله الرحمن الرحيم

Cher élève,

Nous avons le plaisir de te présenter le manuel de mathématiques de deuxième préparatoire. Nous avons tenu à faire de l'apprentissage des mathématiques un travail intéressant et utile adapté à la vie pratique et à l'apprentissage des autres matières scolaires afin que tu sentes l'importance de l'étude des mathématiques "sa valeur" et que tu apprécies le rôle des mathématiciens. Ce manuel présente les activités comme éléments essentiels, et nous avons essayé de d'introduire le contenu scientifique d'une manière simple pour t'aider à construire tes connaissances mathématiques et à acquérir des méthodes de raisonnement convenables favorisant la créativité.

Ce manuel comporte plusieurs unités et chaque unité comporte plusieurs leçons. Les images et les couleurs sont utilisées pour illustrer les notions mathématiques, les propriétés des figures, en utilisant un langage facile et adapté tenant compte des connaissances acquises. Nous avons également tenu à t'entraîner à découvrir les connaissances visées pour développer ta capacité à l'auto apprentissage. La calculatrice et l'ordinateur sont utilisés à chaque fois que l'occasion se présente. Chaque leçon comporte des exercices et chaque unité comporte des exercices généraux, des activités concernant le portfolio et une épreuve. A la fin du manuel, nous proposons des épreuves générales, pour t'aider à réviser la totalité du programme et des indications pour les réponses à certains exercices.

Nous espérons que ce travail sera bénéfique pour toi et pour notre chère Egypte.

Les auteurs

Sommaire

Unité (1) : Nombres réels

Unité (2) : Relation entre deux variables

Unité (3) : Statistiques

Unité (4) : Géométrie

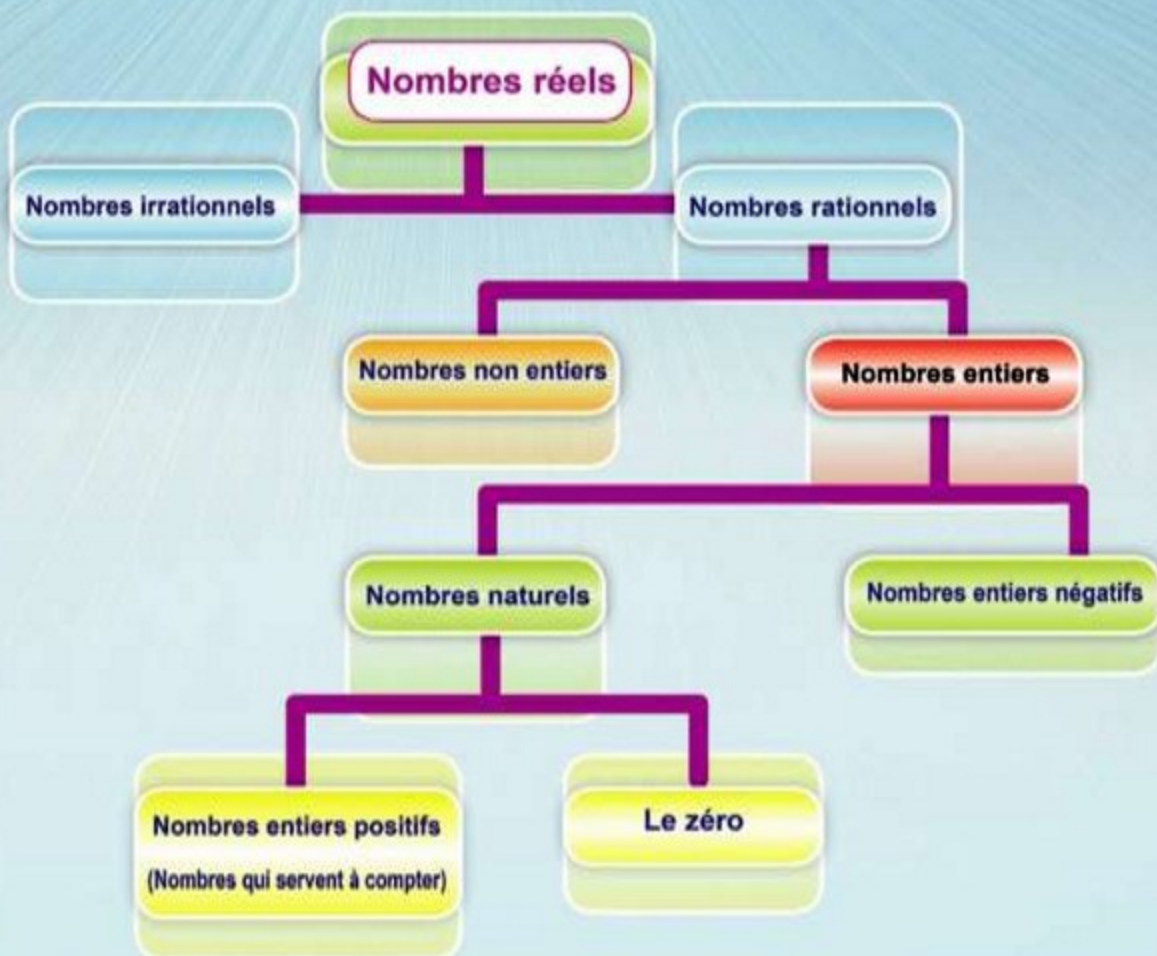
Unité (5) : Inégalité

Symboles mathématiques utilisés

$\mathbb{N}$	ensemble des nombres naturels	$\perp$	perpendiculaire à
$\mathbb{Z}$	ensemble des nombres entiers	//	parallèle à
$\mathbb{Q}$	ensemble des nombres rationnels	$\overline{AB}$	le segment $\overline{AB}$
$\mathbb{Q}'$	ensemble des nombres irrationnels	$\overrightarrow{AB}$	la demi-droite $\overrightarrow{AB}$
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels	$\overleftrightarrow{AB}$	la droite $\overleftrightarrow{AB}$
$\sqrt{a}$	racine carré de a	$m(\angle L)$	mesure de l'angle L
$\sqrt[3]{a}$	racine cubique de a	$\sim$	semblable à
$[a, b]$	intervalle fermé	$>$	plus grand que
$]a, b[$	intervalle ouvert	$\geqslant$	plus grand ou égal à
$[a, b[$	intervalle semi-ouvert (fermé)	$<$	plus petit que
$]a, b]$	intervalle semi-fermé (ouvert)	$\leqslant$	plus petit ou égal à
$[a, +\infty[$	intervalle illimité	$P(A)$	probabilité de l'événement A
$\equiv$	superposition		

Unité (1)

1

Nombres réels

Révision

Réfléchis et discute

Ensembles des nombres

L'ensemble des nombres (qui servent à compter) $= \{1, 2, 3, ...\}$

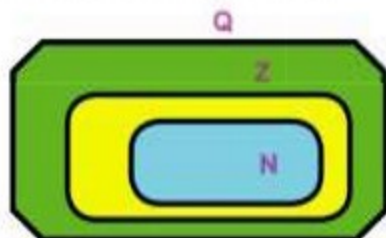
L'ensemble des nombres naturels $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ = nombres qui servent à compter $\cup \{0\}$

L'ensemble des nombres entiers $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

L'ensemble des nombres entiers positifs $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, ...\}$ = nombres qui servent à compter

L'ensemble des nombres entiers négatifs $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, ...\}$

$$Z = Z_+ \cup \{0\} \cup Z_-$$

L'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

$$N \subset Z \subset Q$$

Valeur absolue d'un nombre :

$| -7 | = 7$, $| 3 | = 3$, $| 0 | = 0$, $| -\frac{5}{3} | = \frac{5}{3}$

Si $| a | = 5$, alors $a = \pm 5$

L'écriture scientifique d'un nombre rationnel :

$$a \times 10^n \text{ où } n \in \mathbb{Z},\ 1 \leq |a| < 10$$

Exemples :- L'écriture scientifique du nombre $25{,}32 \times 10^4 = 2{,}532 \times 10^5$
- L'écriture scientifique du nombre $0{,}00053 = 5{,}3 \times 10^{-4}$

Le nombre rationnel carré parfait :

C'est le nombre positif qu'on peut écrire sous la forme d'un carré d'un nombre rationnel et donc sous la forme : (un nombre rationnel)^2

Exemples : 1 , 4 , 25 , $\frac{9}{16}$, $2\frac{1}{4}$, ...

Le nombre rationnel cube parfait :

C'est le nombre pouvant être écrit sous la forme d'un cube d'un nombre rationnel et donc sous la forme : (un nombre rationnel)^3

Exemples : 1 , 8 , -27 , -216 , $\frac{8}{125}$, ...

La racine carrée d'un nombre rationnel carré parfait :

- La racine carrée d'un nombre rationnel positif "a" est le nombre dont le carré est égal à "a".
- $\sqrt{\text{zéro}}$ = zéro.
- Tout nombre rationnel carré parfait "a" admet deux racines carrées dont l'une est l'opposée de l'autre. Ce sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Exemple : Le nombre $\frac{16}{25}$ admet pour racines carrées : $\frac{4}{5}$ et $-\frac{4}{5}$

- $\sqrt{9}$ signifie la racine carrée positive de 9. C'est donc 3
- $\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \left|\frac{a}{b}\right|$ Par exemple

  $\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7$

Compléter le tableau ci-contre

Nombre	Nombre naturel	Nombre entier	Nombre rationnel
3	✓	✓	✓
-3			
$\frac{3}{5}$			
$\sqrt{\frac{9}{16}}$			
$\lvert 5 - 7 \rvert$			

Exercices de révision

1 **Compléter** en mettant chaque nombre sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux nombres entiers n'ayant pas un facteur commun et $b \neq 0$.

A $0,2 = ...$ B $0,3 = ...$ C $25\% = ...$

D $|-0,75| = ...$ E $-6 = ...$ F $1\frac{1}{4} = ...$

2 **Choisir** la bonne réponse parmi les réponses données :

A L'ensemble-solution de l'équation $x + 5 = |-5|$ dans $\mathbb{N}$ est .... ({0} ou {10} ou {-10}, ou Ø)

B Le nombre rationnel compris entre $\frac{1}{5}$ et $\frac{2}{5}$ est ....($\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{10}$ ou 0,3 ou -0,3)

C Le produit du nombre rationnel $\frac{a}{b}$ par son opposé = ...

(0 ou $-\frac{a}{b}$ ou $\frac{a^2}{b^2}$ ou $\frac{-a^2}{b^2}$)

D $|-2| + |-4| + |6| = ...$ (0 ou $|-12|$ ou -12 ou 6)

E $\sqrt{a^2} = ...$ (a ou -a ou $|a|$ ou $\pm a$)

3 **Trouver** la valeur de x qui vérifie chacune des équations suivantes. x est-il un nombre naturel, entier ou rationnel ?

A $5\chi + 3 = 20$ B $7\chi + 11 = 12$

C $3\chi + 5 = 1$ D $\chi + 3 = 7$

4 **Trouver** le résultat sous la forme la plus simple :

A $\sqrt{25 + 144} = ...$

B L'écriture scientifique du nombre 0,00015 est ....

C $\sqrt{0,16} + |-6,0| = ...$

D $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = ...$

E La somme des deux racines du nombre $2\frac{1}{4}$ − ....

F $\sqrt{0,25} = ...$

Unité 1

Leçon 1

Racine cubique d'un nombre rationnel

Réfléchis et discute

Nous avons déjà étudié que :
Volume d'un cube = longueur de l'arête × longueur de l'arête × longueur de l'arête

Compléter

Le volume d'un cube ayant pour longueur d'arête 7 cm
= ……… × ……… × ……… = ……… cm^3

Réfléchis

On dispose d'un cube de volume 125 cm^3. Quelle est la longueur de son arête ?
On cherche trois nombres égaux dont le produit = 125
Pour cela, on factorise le nombre 125 en facteurs premiers
125 = 5 × 5 × 5

125	5
25	5
5	5
1	

∴ Le cube ayant pour volume 125 cm^3 a pour longueur d'arête 5 cm.
Le nombre 5 est appelé la racine cubique du nombre 125. On note $\sqrt[3]{125} = 5$.

La racine cubique d'un nombre rationnel "a" est le nombre dont le cube est égal à "a".

- On symbolise la racine cubique d'un nombre rationnel a par $\sqrt[3]{a}$
- La racine cubique d'un nombre rationnel positif est un nombre positif. Par exemple $\sqrt[3]{125} = 5$
- La racine cubique d'un nombre rationnel négatif est un nombre négatif. Par exemple $\sqrt[3]{-8} = -2$
- $\sqrt[3]{0} = 0$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

A apprendre

- Comment calculer la racine cubique d'un nombre rationnel en le factorisant.
- Trouver la racine cubique d'un nombre rationnel en utilisant une calculatrice.
- Résoudre une équation exigeant la recherche d'une racine cubique.
- Résoudre des problèmes sur la racine cubique d'un nombre rationnel.

Nouvelles expressions

- Racine cubique.

Pour trouver la racine cubique d'un nombre rationnel cube parfait :

- Nous pouvons factoriser le nombre en facteurs premiers.
- Nous pouvons utiliser une calculatrice.

Notons que un nombre rationnel cube parfait admet une seule racine cubique. Sa racine cubique est un nombre rationnel. Pourquoi ?

Exemples

1 **Utiliser la méthode de la factorisation pour trouver la valeur de $\sqrt[3]{1000}$, $\sqrt[3]{-216}$, $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$, puis vérifier le résultat à l'aide d'une calculatrice.**

Solution

1000	2	
500	2	2
250	2	
125	5	
25	5	5
5	5	
1		

$\sqrt[3]{1000} = 5 \times 2 = 10$

216	2	
108	2	2
54	2	
27	3	
9	3	3
3	3	
1		

$\sqrt[3]{-216} = -2 \times 3 = -6$

$3\frac{3}{8} = \frac{27}{8}$

27	3
9	3
3	3
1	

8	2
4	2
2	2
1	

$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$

Utiliser une calculatrice pour vérifier votre réponse en utilisant la touche $\sqrt[3]{\square}$

2 **Trouver le rayon d'une sphère ayant pour volume 4851 cm³** (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution

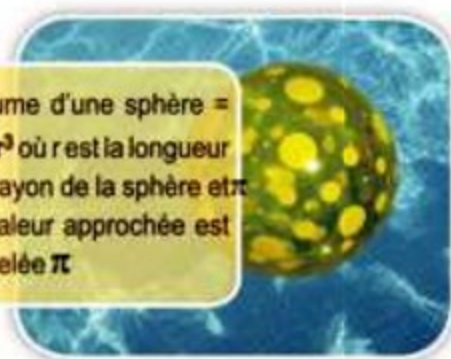
Volume de la sphère $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$4851 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} r^3$

$r^3 = \frac{4851 \times 3 \times 7}{4 \times 22} = \frac{9261}{8}$

$\therefore r^3 = \frac{3^3 \times 7^3}{2^3}$

$\therefore r = \sqrt[3]{\frac{3^3 \times 7^3}{2^3}}$

9261	3
3087	3
1029	3
343	7
49	7
7	7
1	

$r = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$ cm

Nous pouvons utiliser la calculatrice pour trouver la valeur de $\sqrt[3]{\frac{9261}{8}}$ directement.

Trouver la longueur du diamètre d'une sphère de volume 113,04 cm^3 (π = 3,14)

Exemples

Résoudre chacune des équations suivantes.

A $x^3 = 8$

B $x^3 + 9 = 8$

C $(x - 2)^3 = 125$

D $(2x - 1)^3 - 10 = 54$

Solution

A $x^3 = 8$

$x = \sqrt[3]{8} = 2$

$\therefore$ l'ensemble-solution = {2}

B $x^3 + 9 = 8$

$x^3 = 8 - 9$

$x^3 = -1$

$x = \sqrt[3]{-1} = -1$ $\therefore$ l'ensemble-solution = {-1}

C $(x - 2)^3 = 125$

$x - 2 = \sqrt[3]{125}$

$x - 2 = 5$

$x = 7$

$\therefore$ l'ensemble-solution = {7}

D $(2x - 1)^3 - 10 = 54$

$(2x - 1)^3 = 64$

$2x - 1 = \sqrt[3]{64}$

$2x - 1 = 4$

$2x = 5$

$x = \frac{5}{2}$ $\therefore$ l'ensemble-solution = $\{\frac{5}{2}\}$

Résoudre dans Q, les équations : $(x + 1)^3 = 27$ et $(x + 1)^3 = -27$

Exercices (1-1)

1 **Compléter le tableau suivant :**

Nombre a	8	125	-27	....	$3\frac{3}{8}$	$-\frac{8}{125}$	....	....
$\sqrt[3]{a}$	....	....	....	-10	....	....	6	-4

2 **Compléter**

A $\sqrt[3]{-125}$ = ... B $\sqrt[3]{343}$ = ... C $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-8}$ = ...

D $\sqrt[3]{0,001}$ = ... E $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{64}$ = ... F $\sqrt[3]{a^3}$ = ...

3 **Choisir la bonne réponse parmi les réponses données :**

A $\sqrt[3]{(-8)^2}$ = ... (2 ou -2 ou 4 ou -4)

B $\sqrt{25} - \sqrt[3]{-125}$ = ... (10 ou 0 ou 5 ou ± 5)

C $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt{0,25}$ = ... ($\frac{3}{2}$ ou $\frac{1}{2}$ ou 2 ou -2)

D $\sqrt[3]{1000} \times \sqrt[3]{-0,008}$ = ... ($\frac{1}{2}$ ou 10 ou 2 ou -2)

E L'aire latéral d'un cube ayant pour volume 216 cm^3 = ... cm^2

(36 ou 6 ou 144 ou 216)

F $\sqrt[3]{x^6} = \sqrt{\ldots}$ (x^3 ou x^2 ou x ou x^4)

G $\sqrt[3]{-27} + \sqrt{12\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{0,125}$ = ... (1 ou 0 ou -1 ou $\frac{11}{2}$)

4 **Trouver la valeur de x dans chacun des cas suivants :**

A $\sqrt[3]{x} = 5$ B $\sqrt[3]{x} = -\frac{1}{2}$ C $\sqrt[3]{x} = -\sqrt{4}$

D $x^3 = -8$ E $x^3 - 125 = 0$ F $x^2 = 64$

5 **Trouver dans $\mathbb{Q}$, l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :**

A $x^3 + 27 = 0$ B $8x^3 + 7 = 8$

C $(x + 3)^3 = 343$ D $(5x - 2)^3 + 10 = 18$

6 **Exercices d'application**

A Si la capacité d'un récipient ayant la forme d'un cube est un litre, calculer la longueur de son arête.

B Une sphère a pour volume $\frac{1372}{81}\pi$ unité de volume ?

Trouver la longueur de son rayon. (volume d'une sphère = $\frac{4}{3}\pi r^3$)

L'ensemble des nombres irrationnels $\mathbb{Q}'$

Réfléchis et discute

Nous savons qu'un nombre rationnel est un nombre qu'on peut mettre sous la forme :

$$\frac{a}{b} : \text{où } a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0$$

Par exemple: pour résoudre l'équation $4x^2 = 25$

$x^2 = \frac{25}{4}$ $\quad\quad \therefore x = \pm \frac{5}{2}$

On remarque que les deux nombres $\frac{5}{2}$ et $-\frac{5}{2}$ sont des nombres rationnels mais il y a beaucoup de nombres qu'on ne peut pas mettre sous la forme $\frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$

Par exemple : pour résoudre l'équation $\chi^2 = 2$, on ne peut pas trouver un nombre rationnel dont le carré est égal à 2.

A apprendre

- L'ensemble des nombres irrationnels.

Nouvelles expressions

- un nombre irrationnel

Un nombre irrationnel : C'est un nombre qu'on ne peut pas mettre sous la forme $\frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$

Exemples de nombres irrationnels :

1) Les racines carrées des nombres positifs, non carrés parfaits.

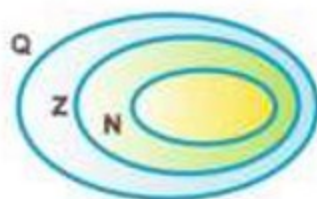
Par exemple : $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$

2) Les racines cubiques des nombres, non cubes parfaits.

Par exemple : $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{-2}$, $\sqrt[3]{11}$, ...

3) La valeur approchée π.

Car on ne peut pas trouver une valeur exacte pour l'un de ces nombres. Pourquoi ?

De tels nombres forment un ensemble appelé, l'ensemble des nombres irrationnels et on le note Q'

$Q \cap Q' = \varnothing$

Réfléchis : Le nombre $\sqrt[3]{-1}$ est-il un nombre rationnel ? Pourquoi ?

Exercices (1-2)

1 **Compléter en utilisant l'un des deux symboles Q et Q'.**

A $5 \in$ ....
B $\sqrt[3]{10} \in$ ....
C $0 \in$ ....
D $-0,7 \in$ ....
E $\sqrt[3]{8} \in$ ....
F $\sqrt[3]{6} \in$ ....
G $\sqrt[3]{-9} \in$ ....
H $\pi \in$ ....

2 **Mettre le signe (✔) devant la phrase correcte et le signe (✕) devant la phrase fausse**

A $2,3 \times 10^5 \in Q$ ( )
B $|-5| \in Q'$ ( )
C $\frac{0}{5} \in Q$ ( )
D $\sqrt[3]{-4} \in Q'$ ( )
E $\sqrt{1000} \in Q$ ( )
F $\sqrt{7} > 3$ ( )
G $\sqrt[3]{10} > 2$ ( )
H $\sqrt[3]{20} > \sqrt{9}$ ( )
I Le nombre représentant la longueur d'un carré ayant pour aire 6 cm^2 est un nombre rationnel ( )

3 **Choisir la bonne réponse parmi les réponses données :**

A Le carré ayant pour longueur de côté $\sqrt{3}$ cm a pour aire .... cm^2

($4\sqrt{3}$ ou 9 ou 3 ou 6)

B Le nombre rationnel compris entre 3 et 4 est ....

(3,5 ou $\frac{1}{0}$ ou $\sqrt{13}$ ou $\sqrt{20}$)

C Le nombre irrationnel compris entre -2 et -1 est ....

(-3 ou $-1\frac{1}{2}$ ou $-\sqrt{3}$ ou $\sqrt{2}$)

Calcul d'une valeur approchée d'un nombre irrationnel

Réfléchis et discute

Peut-on trouver deux nombres rationnels qui encadrent $\sqrt{2}$?

On remarque que

$\sqrt{2}$ est comprise entre $\sqrt{1}$ et $\sqrt{4}$ d'où $1 < \sqrt{2} < 2$

Donc $\sqrt{2} = 1 +$ une fraction décimale

Pour trouver une valeur approchée de $\sqrt{2}$, on examine les valeurs des nombres suivants :

$(1,1)^2 = 1,21$, $(1,2)^2 = 1,44$, $(1,3)^2 = 1,69$,

$(1,4)^2 = 1,96$, $(1,5)^2 = 2,25$

$\because 1,96 < 2 < 2,25$

$\therefore 1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

Donc $\sqrt{2} = 1,4 +$ une fraction décimale

D'où $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

Utiliser une calculatrice pour vérifier votre réponse.

À apprendre

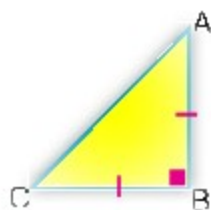
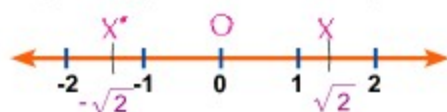
- Trouver une valeur approchée d'un nombre rationnel.
- Représenter un nombre rationnel sur la droite des nombres.
- résoudre des équations dans $\mathbb{Q}'$

Représentation d'un nombre irrationnel sur une droite numérique :

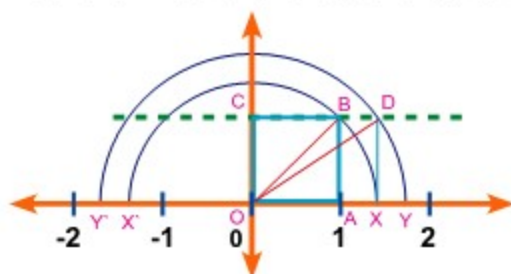
Comment peut-on déterminer le point qui représente $\sqrt{2}$ sur une droite numérique ?

Si on trace un triangle ABC rectangle en B tel que AB = AC = une unité de longueur

alors $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$\therefore AC = \sqrt{2}$ unité de longueur.

❍ Tracer une droite numérique. Placer la pointe sèche du compas au point O et avec un écartement équivalent à la longueur de $\overline{AC}$, tracer un arc qui coupe la droite numérique, du côté droit par rapport au o. en un point X. Ce point représente $\sqrt{2}$.

❍ On peut utiliser le même écartement pour déterminer le point x´ représentant - $\sqrt{2}$ où x´ est situé à gauche du point O.

Réfléchis : **Déterminer le point représentant 3 + $\sqrt{2}$ sur la droite numérique.**

Activité : **Tracer un carré OABC d'une unité de longueur de côté.**

La longueur de sa diagonale = $\sqrt{1+1}$ = $\sqrt{2}$ unité de longueur

$\therefore$ OB = $\sqrt{2}$

❍ Placer la pointe sèche du compas au point O et tracer un demi-cercle de rayon égal à la longueur de $\overline{OB} = \sqrt{2}$.

❍ $\overleftrightarrow{OA}$ $\cap$ le demi-cercle = {X , X´} où X est représente $\sqrt{2}$, X´ représente - $\sqrt{2}$.

❍ Tracer $\overline{XD}$ // $\overline{AB}$ qui coupe $\overleftrightarrow{CB}$ en D.

$OD^2 = OX^2 + XD^2 = (\sqrt{2})^2 + (1)^2 = 3$

$\therefore OD = \sqrt{3}$

❍ Placer la pointe sèche du compas au point O et avec un écartement équivalent à la longueur de $\overline{OD}$, tracer un demi-cercle qui coupe $\overleftrightarrow{OA}$ en Y et Y´

$\therefore$ OY = $\sqrt{3}$. **Par conséquent,** le point Y représente $\sqrt{3}$, et le point Y´ représente - $\sqrt{3}$

❍ Compléter de la même manière, pour représenter les nombres $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, ...

et les nombres -$\sqrt{4}$, -$\sqrt{5}$, -$\sqrt{6}$, ...

Pour s'entraîner

1 **Trouver :**

A. deux nombres entiers consécutifs qui encadrent le nombre $\sqrt{5}$.

B. deux nombres entiers consécutifs qui encadrent le nombre $\sqrt{12}$.

C. deux nombres entiers consécutifs qui encadrent le nombre $\sqrt[3]{10}$.

D. deux nombres entiers consécutifs qui encadrent le nombre $\sqrt[3]{-20}$.

2 **Démontrer que :**

A. $\sqrt{3}$ est comprise entre 1,7 et 1,8 . B. $\sqrt[3]{15}$ est comprise entre 2,4 et 2,5.

3 Trouver à un centième près une valeur approchée de $\sqrt{11}$.

4 Trouver à un dixième près une valeur approchée de $\sqrt[3]{2}$.

5 Tracer une droite numérique. Déterminer ensuite sur cette droite le nombre représentant $\sqrt{3}$.

6 Tracer une droite numérique. Déterminer ensuite sur cette droite le nombre représentant $1 + \sqrt{2}$.

Exemple (1)

Trouver dans $\mathbb{Q}'$, l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :

A. $x^2 = 2$ B. $x^3 = 5$ C. $\frac{4}{3}x^2 = 1$ D. $0{,}001\ x^3 = -8$

Solution

A. $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ L'ensemble-solution = $\{-\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2}\}$

B. $x^3 = 5$

$\therefore x = \sqrt[3]{5}$ L'ensemble-solution = $\{\sqrt[3]{5}\}$

C. $\frac{4}{3}x^2 = 1$

$\therefore \frac{3}{4} \times \frac{4}{3}x^2 = \frac{3}{4} \times 1$

$x^2 = \frac{3}{4}$

$\therefore x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ L'ensemble-solution = $\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\}$

D $0{,}001\ x^3 = -8$

$$x^3 = -\frac{8}{0{,}001} = -8000$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{-8000}$$

$= -20 \in \mathbb{Q}$ L'ensemble-solution de l'équation dans $\mathbb{Q}' = \varnothing$

Exemple (2)

Trouver la longueur du côté et la longueur de la diagonale d'un carré d'aire 7 cm².

Solution

Si la longueur du côté du carré est x,

alors son aire = $x \times x = x^2$

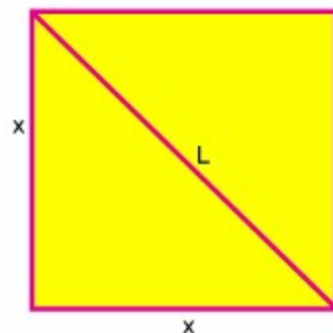
$x^2 = 7$

$\therefore x = \pm\sqrt{7}$ cm $\therefore x = \sqrt{7}$ Pourquoi ?

Pour trouver la longueur de la diagonale, on utilise le théorème de Pythagore.

$L^2 = x^2 + x^2$ où L est la longueur de la diagonale du carré.

$\therefore L^2 = 14$

$\therefore L = \pm\sqrt{14}$ cm $\therefore L = \sqrt{14}$ cm. Pourquoi ?

Exemple (3)

Trouver : Si l'aire d'un cercle est 3π cm², trouver son périmètre.

Solution

L'aire du cercle = πr^2

$3\pi = \pi r^2$

$\therefore r^2 = 3$

$r = \sqrt{3}$ cm ou $r = -\sqrt{3}$ cm (refusé)

Le périmètre du cercle = $2\pi r = 2\pi \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,\pi$ cm.

Exercices (1-3)

1 **Entourer** les nombres irrationnels dans ce qui suit :

$\sqrt{3}$, -0,2 , $\sqrt[3]{-1}$, 0 , $\sqrt[3]{9}$, $-\sqrt{\frac{4}{25}}$

2 **Trouver** la valeur de x dans chacun des cas suivants puis déterminer si $x \in \mathbb{Q}$ ou $x \in \mathbb{Q}'$.

A $4x^2 = 9$ B $2x^2 = 6$ C $x^3 = 125$

D $x^3 = 10$ E $(x - 1)^2 = 4$ F $(x - 2)^3 = 1$

3 **Trouver** une valeur approchée du nombre $\sqrt{10}$, puis vérifier le résultat en utilisant une calculatrice.

4 **Réfléchir** : Si x est un nombre entier, trouver la valeur de x dans chacun des cas suivants :

A $x < \sqrt{7} < x + 1$ B $x < \sqrt{80} < x + 1$ C $x < \sqrt{125} < x + 1$

D $x < \sqrt[3]{5} < x + 1$ E $x < \sqrt[3]{30} < x + 1$ F $x < \sqrt[3]{100} < x + 1$

5 **Choisir** la bonne réponse parmi les réponses données :

A Le nombre irrationnel compris entre 2 et 3 est .....($\sqrt{10}$ ou $\sqrt{7}$ ou 2,5 ou $\sqrt{3}$)

B $\sqrt{10}$ = ... (2,99 ou 3,71 ou 3 ou - 3,2)

C Le nombre le plus proche du nombre $\sqrt[3]{25}$ est .... (5 ou 3 ou 2 ou 12,5)

D Le carré qui a pour aire 10 cm², a pour longueur de côté .... cm (5 ou -5 ou $\sqrt{10}$ ou - $\sqrt{10}$)

E Le cube ayant pour volume 64 cm³, a pour longueur d'arête........ cm (8 ou 4 ou 16 ou 64)

6 **Tracer** une droite numérique. Déterminer ensuite sur cette droite le nombre représentant $\sqrt{2}$, le nombre représentant $1 + \sqrt{2}$ et le nombre représentant $1 - \sqrt{2}$

7 **Tracer** un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 2 cm et BC = 3 cm. Utiliser la figure pour déterminer le point qui représente $\sqrt{13}$ et le point qui représente $-\sqrt{13}$ sur une droite numérique.

l′ Ensemble des nombres réels ℝ

Réfléchis et discute

À apprendre

- L'ensemble des nombres réels.
- Relation entre les ensembles ℕ, ℤ, ℚ, ℚ′, ℝ

Nouvelles expressions

- un nombre réel.

Nous avons déjà étudié l'ensemble des nombres rationnels **Q**. Il y a d'autres nombres comme $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, π,... Ces nombres forment l'ensemble des nombres irrationnels **Q´**. La réunion des deux ensembles **Q** et **Q´** constitue un nouvel ensemble appelé l'ensemble des nombres réels. On le note R.

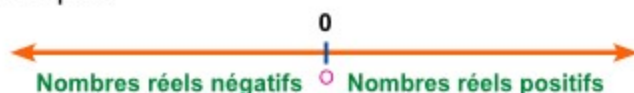
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

Observant le diagramme de Venn ci-contre, on trouve que :

1. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$
2. Tout nombre naturel ou entier ou rationnel est un nombre réel

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \mathbb{Q}' \subset \mathbb{R}$$

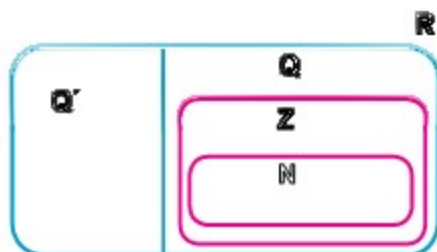
Réfléchir Donner des exemples de nombres rationnels et de nombres irrationnels.

3. Tout nombre réel est représenté par un point sur la droite numérique.

1 - Le nombre 0 est représenté par le point d'origine o.

2 - Les nombres réels positifs sont représentés par tous les points situés à droite du point o.

3 - Les nombre réels négatifs sont représentés par tous les points situés à gauche du point o.

1 **Mettre** chacun des nombres suivants à la place convenable dans le diagramme de Venn ci-contre.

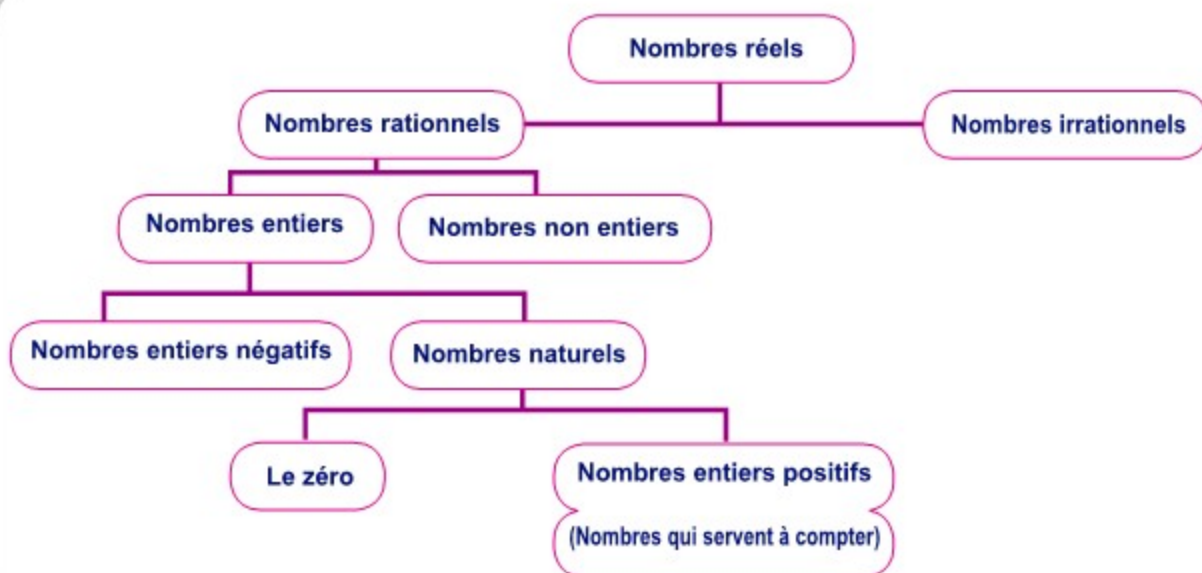
$\frac{1}{2}$, -4 , 9 , $\sqrt{5}$, 0,6 , $\frac{7}{9}$, $\sqrt[3]{-2}$, $\sqrt{16}$, 0 , 5

2 **Déterminer** sur une droite numérique le point A qui représente le nombre $\sqrt[3]{-8}$ et le point B qui représente le nombre $\sqrt{9}$, puis calculer la longueur de $\overline{AB}$.

3 **Vrai ou faux ? Justifier :**

A Tout nombre naturel est un nombre réel positif.

B Tout nombre entier est un nombre réel.

Notons que $\sqrt[3]{-1} = -1$ car $-1 \times -1 \times -1 = -1$ tandis que $\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

car il n'existe pas un nombre réel dont le carré est -1.

Thème d'étude **Existe-t-il des nombres n'appartenant pas à l'ensemble des nombres réels ?**

Exercices (1 - 4)

1 **Etudier** le diagramme précédent, puis mettre le signe (✔) devant la phrase correcte et le signe (✘) devant la phrase fausse :

A. Tout nombre naturel est un nombre entier. ( )

B. $0 \in$ l'ensemble des nombres rationnels ( )

C. $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_{+} \cup \mathbb{Z}_{-}$ ( )

D. Tout nombre non entier est un nombre rationnel ( )

2 **Compléter** le tableau en mettant le signe (✔) à la place convenable comme dans le premier cas :

Nombre	Nombre naturel	Nombre entier	Nombre rationnel	Nombre irrationnel	Nombre réel
-5		✓	✓		✓
$\sqrt{2}$					
$1\frac{1}{2}$					
$\sqrt[3]{9}$					
$\lvert -2 \rvert$					
$-\sqrt{4}$					
$\frac{5}{2}$					
0,3					
$\sqrt{-1}$					

Relation d'ordre dans ℝ

Réfléchis et discute

Soient A et B deux points appartenant à une droite L. Si on désigne une direction donnée comme l'indique la flèche dans la figure ci-contre, nous pouvons dire que :

- le point B suit le point A et donc il se trouve à sa droite.
- le point A précède le point B et donc il se trouve à sa gauche.

Cette propriété est valable pour tous les points d'une droite numérique. Sachant que tout point de la droite représente un nombre réel, on dit que :

L'ensemble des nombres réels est un ensemble ordonné.

Propriétés de l'ordre :

1. Soient x et y deux nombres réels représentés sur une droite numérique par les deux points A et B respectivement. Trois cas sont possibles :

x = y A ≡ B	x y A B	y x B A
A et B sont confondus ∴ x = y	**A précède B** ∴ x < y	**A suit B** ∴ x > y

2. Soient x un nombre réel représenté sur une droite numérique par un point A et O le point d'origine qui représente le nombre 0. Trois cas sont possibles.

x = 0 O ≡ A	0 x O A	x 0 A O
A et O sont confondus ∴ x = 0	**A est situé à droite de o** ∴ x > 0 On dit que x est un nombre réel positif	**A est situé à gauche de o** ∴ x < 0 On dit que x est un nombre réel négatif.

À apprendre

- La relation d'ordre dans ℝ.

Nouvelles expressions

- relation d'ordre
- plus grand que
- plus petit que
- égal ou (égale)
- ordre croissant
- ordre décroissant

Nombres réels négatifs O Nombres réels positifs

L'ensemble des nombres réels positifs : $\mathbb{R}_+ = \{x : x \in \mathbb{R},\ x > 0\}$

L'ensemble des nombres réels négatifs : $\mathbb{R}_- = \{x : x \in \mathbb{R},\ x < 0\}$

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}_+ \cup \{0\} \cup \mathbb{R}_-$$

Notons que : L'ensemble des nombres réels non négatifs $= \mathbb{R}_+ \cup \{0\} = \{x : x \geqslant 0, x \in \mathbb{R}\}$

L'ensemble des nombres réels non positifs $= \mathbb{R}_- \cup \{0\} = \{x : x \leqslant 0, x \in \mathbb{R}\}$

Exemples :

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant : $\sqrt{27}$, $-\sqrt{45}$, $\sqrt{20}$, 6, 0, $\sqrt[3]{-1}$

Solution

$6 = \sqrt{36}$, $\sqrt[3]{-1} = -1 = -\sqrt{1}$

L'ordre croissant est :

$-\sqrt{45}$, $-\sqrt{1}$, 0, $\sqrt{20}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{36}$

C'est-à-dire $-\sqrt{45}$, $\sqrt[3]{-1}$, 0, $\sqrt{20}$, $\sqrt{27}$, 6

Exercices (1-5)

1 **Ranger** dans l'ordre décroissant : $\sqrt{62}$, 8, $-\sqrt{50}$, $\sqrt{70}$

2 Si $x \in \mathbb{R}$, dire si x est positif ou négatif ou ni l'un ni l'autre dans chacun des cas suivants :

A $x > 0$ B $x < 0$ C $x > |-5|$

3 **Démontrer que** $\sqrt{3}$ est comprise entre 1,7 et 1,8. Représenter $\sqrt{3}$, 1,7 et 1,8 sur une droite numérique.

4 **Trouver** la longueur du côté d'un carré ayant pour aire 5 cm^2. Est-ce que la longueur du côté représente un nombre rationnel ?

5 **Trouver** la longueur de l'arête d'un cube ayant pour volume 1,728 cm^3. Est-ce que la longueur de l'arête représente un nombre rationnel ?

6 **Mettre** le signe convenable > ou < ou =

A $\sqrt{5}$ .... 2 B $\sqrt{7}$ .... 2,6 C $\sqrt[3]{-24}$ .... -2

D $1 + \sqrt{2}$ .... $\sqrt{3}$ E $\sqrt[3]{8}$ .... $\sqrt{4}$ F $3 - \sqrt{5}$ .... $\sqrt[3]{-1}$

les Intervalles

Réfléchis et discute

L'intervalle est un sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels.

(1) Intervalles bornés

Soient a et b deux nombres réels tels que a < b. On définit :

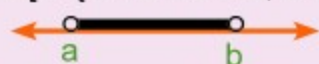
L'intervalle fermé [a , b]

$$[a, b] = \{ x : a \leqslant x \leqslant b,\ x \in \mathbb{R}\}$$

[a , b] ⊂ ℝ. Les éléments de cet intervalle sont le nombre a, le nombre b et tous les nombres compris entre a et b.

Pour représenter cet intervalle sur une droite numérique, on trace deux petits cercles pleins sur les deux points représentant a et b, puis on hachure tous les points entre eux.

L'intervalle ouvert]a , b[

$$]a, b[= \{ x : a < x < b,\ x \in \mathbb{R}\}$$

]a , b[⊂ ℝ. Les éléments de cet intervalle sont tous les nombres compris entre a et b.

Pour représenter cet intervalle sur une droite numérique, on trace deux petits cercles vides sur les deux points représentant a et b, puis on hachure tous les points entre eux.

Pour s'entraîner

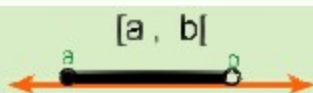
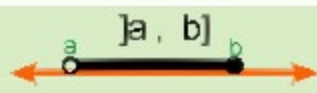
Définir chacun des deux intervalles [3 , 5] et] 3 , 5 [par une propriété caractéristique, puis représenter les deux intervalles sur une droite numérique.

A apprendre

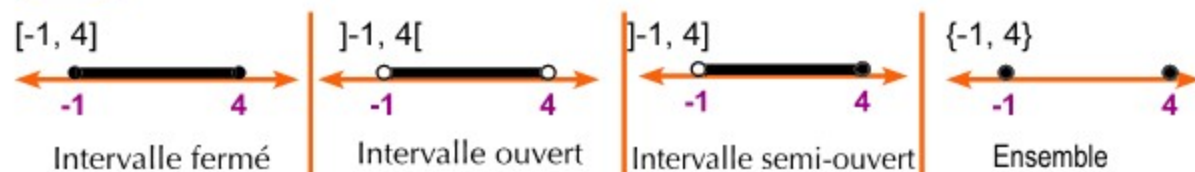
- Un intervalle borné.
- Un intervalle non borné.
- Opérations sur les intervalles.

Nouvelles expressions

- intervalle borné
- intervalle fermé
- intervalle ouvert
- intervalle semi-ouvert
- intervalle non borné
- union
- intersection
- différence
- complémentaire

Intervalles semi-ouverts (ou semi-fermés)

$[a , b[= \{x : a \leqslant x < b , x \in \mathbb{R}\}$ $[a , b[\subset \mathbb{R}$. Les éléments de cet intervalle sont le nombre a et tous les nombres compris entre a et b.	$]a , b] = \{ x: a < x \leqslant b , x \in \mathbb{R}\}$ $]a , b] \subset \mathbb{R}$. Les éléments de cet intervalle sont le nombre b et tous les nombres compris entre a et b.

Définir chacun des deux intervalles [3 , 5 [et] 3 , 5] par une propriété caractéristique, puis représenter les deux intervalles sur une droite numérique.

Exemples : **Représenter sur une droite numérique chacun des intervalles :**
[-1 , 4] ,]-1 , 4[,]-1 , 4] , {-1 , 4}

Solution

Thème d'étude : L'intervalle est-il un ensemble fini ou infini ?

1 **Ecrire** **sous forme d'un intervalle chacun des ensembles suivants, puis représente-le sur une droite numérique :**

A $X = \{x : 2 < x < 5 , x \in \mathbb{R}\}$

B $X = \{x : -2 \leqslant x < 3 , x \in \mathbb{R}\}$

C $X = \{x : 0 \leqslant x \leqslant 4, x \in \mathbb{R}\}$

D $X = \{x : -3 < x \leqslant -1 , x \in \mathbb{R}\}$

Mettre le symbole convenable ∈ ou ∉ :

A 3 .... $[-1, 3]$ B -2 .... $]-1, 3[$ C $\frac{1}{2}$ .... $]0, 1[$

D $\sqrt{2}$ .... $[1, 2]$ E 4 .... $[0, 5[$ F $\sqrt[3]{-8}$ .... $[-1, 2]$

G $|-5|$ .... $[4, 6[$ H 2.3×10^{-5} .... $]0, 1[$

 Ecrire l'intervalle représenté par chacune des figures suivantes :

A

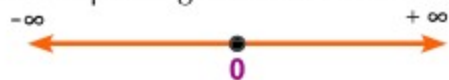
C

B

D

(2) Intervalles non bornés

On sait que : la droite des nombres réels est illimitée et quel que soit le prolongement, il existe des nombre positifs du côté gauche par rapport au nombre zéro et des nombres négatifs du par rapport à son côté droit.

- Le symbole "$+\infty$" qui se lit « plus l'infini » est plus grand que tout nombre réel qu'on peut imaginer mais, $+\infty \notin \mathbb{R}$
- Le symbole "$-\infty$" qui se lit « moins l'infini » est plus petit que tout nombre réel qu'on peut imaginer mais, $-\infty \notin \mathbb{R}$
- Il n'existe pas de points déterminés représentant les deux symboles $+\infty$ et $-\infty$ sur la droite des nombres. Ce sont le prolongement de la droite numérique de ses deux côtés.

Soit a un nombre réel. On définie les intervalles non bornés suivants :

L'intervalle $[a, +\infty[$

$[a, +\infty[= \{x : x \geqslant a, \ x \in \mathbb{R}\}$

Cet intervalle contient le nombre a et tous les nombres réels plus grands que a.

L'intervalle $]-\infty, a]$

$]-\infty, a] = \{x : x \leqslant a, x \in \mathbb{R}\}$

Cet intervalle contient le nombre a et tous les nombres réels plus petits que a.

 Définir chacun des deux intervalles $[3, +\infty[$ et $]-\infty, 3]$ par une propriété caractéristique, puis représente les deux intervalles sur une droite numérique.

]a, + ∞[

]a , + ∞[= {x : x > a , x ∈ ℝ}

- ∞ + ∞
a

Cet intervalle contient tous les nombres réels plus grands que a.

]-∞ , a[

]-∞ , a[= { x : x < a , x ∈ ℝ}

- ∞ + ∞
a

Cet intervalle contient tous les nombres réels plus petits que a.

Définir chacun des deux intervalles]3, + ∞[et]-∞ , 3[par une propriété caractéristique, puis représenter les deux intervalles sur une droite numérique.

Notons que : L'ensemble des nombres réels ℝ peut être présenté sous forme de l'intervalle]-∞ , + ∞[

L'ensemble des nombres réels positifs R_+ =] 0 , + ∞[

L'ensemble des nombres réels négatifs R_- =]-∞ , 0[

L'ensemble des nombres réels non négatifs = [0 , + ∞[

L'ensemble des nombres réels non positifs =]-∞ , 0]

Pour s'entraîner

1 **Ecrire chacun des ensembles suivants sous forme d'un intervalle, puis représenter le sur une droite numérique.**

A X = {x : x ⩾ 2 , x ∈ ℝ}

B X = {x : x < 3 , x ∈ ℝ}

C X = {x : x > -7 , x ∈ ℝ}

D X = {x : x ⩽ $\sqrt[3]{-8}$, x ∈ ℝ}

E L'ensemble des nombres réels plus grands que | -3 |

2 **Choisir le signe convenable** ∈ ou ∉ ou ⊂ ou ⊄

A 3 ....]-∞ , 4[B [1 , 2] ....]-1 , + ∞[

C -5 ....]-∞ , -6[D]0 , 2[..............]0 , + ∞[

E 3×10^{10} ....]3 , +∞[F [-3 , 1] .... [2 , + ∞[

Opérations sur les intervalles

Les intervalles sont des sous-ensembles de l'ensemble des nombres réels. Par conséquent, nous pouvons effectuer des opérations comme l'union, l'intersection, la différence et le complémentaire sur ses intervalles. Nous pouvons également utiliser la droite numérique pour déterminer et illustrer les résultats de ses opérations comme le montre les exemples suivants :

Exemples

1 **Soient X = [-2 , 3] et Y = [1 , 5 [. A l'aide de la droite numérique, trouver :**

A $X \cap Y$ B $X \cup Y$

Solution

A $X \cap Y = [-2 , 3] \cap [1 , 5[= [1 , 3]$

B $X \cup Y = [-2 , 3] \cup [1 , 5[= [-2 , 5[$

2 **Soient M = [2 , + ∞[, J =] - 2 , 3[, A l'aide de la droite numérique, trouver :**

A M - J B $M \cap J$ C $M \cup J$

D $J \cup \{2, 3\}$ E M´ F J´

Solution

A $M - J = [2 , +\infty[-]-2 , 3[= [3 , +\infty[$

B $M \cap J = [2 , +\infty[\cap]-2 , 3[= [2 , 3[$

C $M \cup J = [2 , +\infty[\cup]-2 , 3[=]-2 , +\infty[$

D $J \cup \{2, 3\} =]-2, 3[\cup \{2 , 3\} =]-2 , 3]$

E $M´ =]-\infty, 2[$

F $J´ =]-\infty , -2] \cup [3 , +\infty[$

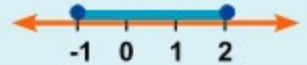
Pour s'entraîner

Mettre le signe (✓) devant la phrase correcte et le signe (✗) devant la phrase fausse :

A $[-2 , 5] - \{2 , 5\} =]-2 , 5[$

B $]-1 , 3] \cup \{-1 , 0\} = [-1 , 0]$

C $[2 , 5] - \{5\} = [2 , 5[$

D $[-1 , 3] \cap]1 , 4[= [1 , 3]$

E $[-2 , 5[\cup \{1 , 5\} = [-2 , 5]$

F $[5 , +\infty[-]-\infty , 5] =]5 , +\infty[$

Exercices (1-6)

1 **Compléter** le tableau suivant comme dans le premier exemple :

Intervalle	Expression par une propriété caractéristique	Représentation sur la droite numérique
[-1 , 2]	$\{x : -1 \leqslant x \leqslant 2, x \in \mathbb{R}\}$	-1 0 1 2
[1 , 3[		
]-∞ , 2]		
	$\{x : 0 < x \leqslant 3, x \in \mathbb{R}\}$	
	$\{x : x > -1, x \in \mathbb{R}\}$	
		- ∞ -2 -1 0 1 2 3 + ∞
		- ∞ 1 + ∞
]1, 5[		
	$\{x : x > 0, x \in \mathbb{R}\}$	

2 **Compléter** par l'un des deux symboles $\in$ ou $\notin$

- **A** 3 .... [2 , 3]
- **B** $\sqrt[3]{-1}$ ....]-∞ , 1[
- **C** 2 .... {1 , 7}
- **D** $\sqrt{9}$ ....]-3 , + ∞[
- **E** | -2| .... [2 , + ∞[
- **F** $1.3 \times 10^{-5} \times$ .... $\mathbb{R}_+$

3 **Choisir** la bonne réponse :

- **A** [2 , 7] - { 2 , 7} = ... ([1 , 6] ou ∅ ou]2 , 7[ou {0})
- **B** [0 , 5] ∪ [3 , 8[= .... (]3 , 5] ou [3 , 5] ou [0 , 8] ou [0 , 8[)
- **C** [1 , 5] ∩]-2 , 3] = ... ({1 , 3} ou]1 , 3[ou [1 , 3] ou [1 , 3[)
- **D**]-1 , 2[- [1 , 4] = ... (]-1 , 1[ou {-1 , 1} ou]-1 , 1] ou [-1 , 1])

4 **Soient X = [-1 , 4] , Y = [3 , + ∞[et Z = {3, 4}. A l'aide de la droite numérique, trouver :**

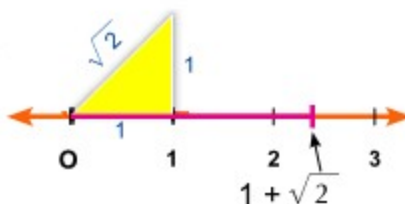
- **A** X ∪ Y
- **B** X ∩ Y
- **C** X - Y
- **D** X - Z
- **E** Y ∩ Z
- **F** Y - X
- **G** X´
- **H** Y´

les Opérations sur les nombres réels

Réfléchis et discute

(1) Propriétés de l'addition des nombres réels :

Nous avons déjà déterminé le point x représentant le nombre $1 + \sqrt{2}$ sur la droite numérique. Puisque ce point représente la somme des deux nombres 1 et $\sqrt{2}$, donc la somme de deux nombres réels est un nombre réel.

Par conséquent, l'addition est une loi de composition interne dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.

Loi de composition interne Si $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, alors $(a + b) \in \mathbb{R}$

Par exemple : $2 + 3$, $1 + \sqrt{2}$, $-2 + \sqrt{5}$, $2 + \sqrt[3]{3}$ sont des nombres réels.

Commutativité Si $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, alors $a + b = b + a$

Par exemple : $2 + \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2$, $3 - \sqrt{5} = -\sqrt{5} + 3$

Associativité Si $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$, alors $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$

Par exemple : $(3 + \sqrt{2}) + 5 = 3 + (\sqrt{2} + 5)$ associativité

$= 3 + (5 + \sqrt{2})$ commutativité

$= 3 + 5 + \sqrt{2}$ associativité

$= 8 + \sqrt{2}$

A apprendre

- Les opérations sur les nombres réels.
- Propriétés des opérations sur les nombres réels.

Nouvelles expressions

- loi de composition interne
- commutativité
- associativité
- élément neutre pour l'addition
- opposé
- élément neutre pour la multiplication
- inverse
- distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou à la soustraction

Le zéro est l'élément neutre pour l'addition : Si $a \in \mathbb{R}$ alors $a + 0 = 0 + a = a$

Par exemple : $\sqrt{5} + 0 = 0 + \sqrt{5} = \sqrt{5}$, $-\sqrt[3]{4} + 0 = 0 + (-\sqrt[3]{4}) = -\sqrt[3]{4}$

Tout nombre réel admet un opposé Si $a \in \mathbb{R}$, il existe $(-a) \in \mathbb{R}$ où $a + (-a) = (-a) + a = 0$

Par exemple : $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ et son opposé $(-\sqrt{3}) \in \mathbb{R}$ où
$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3}) + \sqrt{3} = 0$.

Pour s'entraîner

1 **Compléter** pour obtenir une phrase correcte :

A $\sqrt{2} + 5 = 5 +$ ....

B $\sqrt{11} + (-\sqrt{11}) =$ ....

C $7 + \sqrt{3} = 5 +$ (................ + ...)

D L'opposé du nombre $\sqrt[3]{8}$ est ....

E L'opposé du nombre $(1 - \sqrt{2})$ est ....

F $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) =$ ....

G $7 + \sqrt{5} - 3 =$ ....

H $(4 + \sqrt{7}) + (3 - \sqrt{7}) =$ ....

I Si $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ et alors $a - b$ signifie l'addition du nombre a et .... du nombre b.

J Si $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{Q}$ et $c \in \mathbb{R}$, alors $(a + b + c) \in$ ....

2 **Thème d'étude :**

A La soustraction est-elle commutative dans $\mathbb{R}$? Illustrer la réponse avec des exemples.

B La soustraction est-elle associative dans $\mathbb{R}$? Illustrer la réponse avec des exemples.

(2) Propriétés de la multiplication des nombres réels :

Loi de composition interne Si $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, alors $a \times b \in \mathbb{R}$

La multiplication est une loi de composition interne dans ℝ.

Cela signifie que le produit de deux nombres réels est un nombre réel.

Par exemple : $5 \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \in \mathbb{R}$, $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \in \mathbb{R}$

$-2 \times \sqrt[3]{5} = -2\sqrt[3]{5} \in \mathbb{R}$, $\frac{2}{3} \times \pi = \frac{2}{3}\pi \in \mathbb{R}$

$2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6 \in \mathbb{R}$, $2\sqrt{3} \times 5 = 10\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

Commutativité Si $a \in R$ et $b \in R$, alors $a \times b = b \times a$

Par exemple : $\sqrt{2} \times 3 = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Associativité Si $a \in R$, $b \in R$ et $c \in R$, alors

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$

Par exemple : $\sqrt{2} \times (5 \times \sqrt{2}) = (\sqrt{2} \times 5) \times \sqrt{2} = (5 \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2}$

$= 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 5 \times 2 = 10$

Un est l'élément neutre pour la multiplication Si $a \in \mathbb{R}$, alors $a \times 1 = 1 \times a = a$

Par exemple : $2\sqrt{5} \times 1 = 1 \times 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

L'existence d'un inverse pour tout nombre réel Si $a \neq 0$

il existe un nombre réel $\frac{1}{a}$

où $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ (l'élément neutre pour la multiplication)

Par exemple: L'inverse du nombre $\frac{\sqrt{3}}{2}$ est $\frac{2}{\sqrt{3}}$

où $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$

Notons que : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$, $b \neq 0$

Donc $\frac{a}{b} = a \times$ l'inverse du nombre b .

Thème d'étude : La division est-elle commutative dans ℝ ? La division est-elle associative dans ℝ ?

Exemples

Ecrire chacun des nombres $\frac{6}{\sqrt{2}}$, $-\frac{5}{\sqrt{3}}$, $\frac{15}{2\sqrt{5}}$ de sorte que son dénominateur soit un nombre entier.

Solution

Notons que le 1, l'élément neutre pour la multiplication, peut s'écrire sous la forme $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ou $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ ou $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ ou ...

$$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{2}$$

$$-\frac{5}{\sqrt{3}} = -\frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{15}{2\sqrt{5}} = \frac{15}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{2\times 5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

Pour s'entraîner

1 **Compléter pour obtenir une phrase correcte :**

A $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} =$ .... $\times \sqrt{2} =$ ....

B $3 \times \sqrt{5} = \sqrt{5} \times$ ....

C $\sqrt{7} \times \sqrt{7} =$ ....

D $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} =$ ....

E l'élément neutre pour la multiplication dans $\mathbb{R}$ est ....

F L'inverse du nombre $\frac{3}{\sqrt{2}}$ est ....

2 **Ecrire chacun des nombres suivants, de sorte que son dénominateur soit un nombre entier :**

A $\frac{15}{\sqrt{6}}$

B $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

C $-\frac{6}{\sqrt{3}}$

D $\frac{25}{2\sqrt{10}}$

Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

Soient a, b et c trois nombres réels. On a :

$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) = a\,b + a\,c$

$(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c) = a\,c + b\,c$

Exemples

1 Mettre sous la forme la plus simple.

A $2\sqrt{5}\left(3+\sqrt{5}\right)$ B $\left(\sqrt{2}+5\right)\left(3+\sqrt{2}\right)$

C $\left(2-3\sqrt{5}\right)^2$

Solution

A $2\sqrt{5}\left(3+\sqrt{5}\right) = 2\sqrt{5} \times 3 + 2\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$= 2 \times 3 \times \sqrt{5} + 2 \times 5 = 6\sqrt{5} + 10$

B $\left(\sqrt{2}+5\right)\left(3+\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(3+\sqrt{2}\right) + 5\left(3+\sqrt{2}\right)$

$= \sqrt{2} \times 3 + \sqrt{2} \times \sqrt{2} + 5 \times 3 + 5 \times \sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} + 2 + 15 + 5\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} + 17 + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2} + 17$

C $\left(2-3\sqrt{5}\right)^2 = (2)^2 + 2 \times 2 \times -3\sqrt{5} + \left(-3\sqrt{5}\right)^2$

$= 4 - 12\sqrt{5} + 9 \times 5$

$= 49 - 12\sqrt{5}$

2 Estimer la valeur de $(3+\sqrt{5}) \times (1+\sqrt{8})$, puis vérifier le résultat à l'aide d'une calculatrice.

Solution

a) 5 a pour valeur estimée 2. $\therefore$ $(3+\sqrt{5})$ a pour valeur estimée $3 + 2 = 5$

$\sqrt{8}$ a pour valeur estimée 3 $\therefore$ $(1+\sqrt{8})$ a pour valeur estimée $1 + 3 = 4$

$\therefore$ $(3+\sqrt{5})(1+\sqrt{8})$ a pour valeur estimée $5 \times 4 = 20$

b) En utilisant une calculatrice pour calculer $(3+\sqrt{5}) \times (1+\sqrt{8})$,

on trouve que le résultat est 20,0459 d'où l'estimation est acceptable.

Exercices (1-7)

1 **Choisir la bonne réponse :**

A $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} =$ .... ($5\sqrt{6}$ ou $5\sqrt{3}$ ou $6\sqrt{3}$ ou $5\sqrt[3]{3}$)

B $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} =$ .... ($\sqrt[3]{10}$ ou 5 ou $2\sqrt[3]{5}$ ou $5\sqrt[3]{5}$)

C $5 + 7\sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} =$ .... (15 ou $1 + 7\sqrt{2}$ ou $1 + 8\sqrt{2}$ ou $1 + 6\sqrt{2}$)

D $-2\sqrt{3} \times \sqrt{3} =$ .... (-6 ou $-2\sqrt{3}$ ou $2\sqrt{3}$ ou 6)

E $\frac{6}{\sqrt{3}} =$ .... ($\sqrt{2}$ ou 2 ou $2\sqrt{3}$ ou $6\sqrt{3}$)

F $(2\sqrt[3]{5})^3 =$ .... (10 ou 20 ou $4\sqrt[3]{5}$ ou 40)

2 **Mettre sous la forme la plus simple :**

A $\sqrt{2}(5 + \sqrt{2})$

B $\sqrt{7}(\sqrt{7} + 2)$

C $-\sqrt{3}(-5 - \sqrt{3})$

D $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$

3 **Ecrire chacun des nombres suivants, de sorte que son dénominateur soit un nombre entier :**

A $\frac{10}{\sqrt{5}}$

B $\frac{8}{\sqrt{6}}$

C $\frac{6}{2\sqrt{3}}$

D $\frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2}}$

4 **Mettre sous la forme la plus simple :**

A $2\sqrt{3} + 5 + \sqrt{3} - 6$

B $2\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + 5\sqrt{7}$

C $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 1)$

D $\sqrt{5}(3 - \sqrt{5}) - 2(1 + \sqrt{5})$

5 Si $a = \sqrt{3} + 2$ et $b = \sqrt{3} - 2$, **trouver la valeur de :**

A $a + b$

B $a - b$

C $a\,b$

6 **Si** $X = \sqrt{15} + 2$ et $Y = 4 - \sqrt[3]{25}$, **estimer la valeur de :**

A X, Y

B $X \times Y$

C $X + Y$

Vérifier le résultat à l'aide d'une calculatrice.

Unité 1

Leçon 8

les Opérations sur les racines carrées

Réfléchis et discute

Soient a et b deux nombres réels non négatifs. On a

(1) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

Par exemple : $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

$\sqrt{2} \times \sqrt{10} = \sqrt{2 \times 10} = \sqrt{20}$

$\sqrt{15} \times \sqrt{5} = \sqrt{15 \times 5} = \sqrt{75}$

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Par exemple : $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ où $b \neq 0$

Par exemple : $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}\sqrt{5}$

$\sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

(3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$ où $b \neq 0$

Par exemple : $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$

$\frac{\sqrt{84}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{84}{7}} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

A apprendre

- Effectuer des opérations sur les racines carrées.
- Multiplier deux nombres conjugués.

Nouvelles expressions

- racine carrée
- deux nombres conjugués.

Exemples

1 Mettre sous la forme la plus simple $\sqrt{32} - \sqrt{72} + 6\sqrt{\frac{1}{2}}$

Solution

$$\sqrt{32} - \sqrt{72} + 6\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{36 \times 2} + 6 \times \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$$
$$= \sqrt{16} \times \sqrt{2} - \sqrt{36} \times \sqrt{2} + 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$= 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

2 Si $x = 2\sqrt{5} - 1$ et $Y = 2 + \sqrt{5}$, trouver la valeur de $x^2 + y^2$

Solution

$$x^2 = (2\sqrt{5} - 1)^2 = (2\sqrt{5})^2 - 4\sqrt{5} + 1$$
$$= 4 \times 5 - 4\sqrt{5} + 1 = 21 - 4\sqrt{5}$$
$$y^2 = \left(2 + \sqrt{5}\right)^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 = 9 + 4\sqrt{5}$$
$$x^2 + y^2 = 21 - 4\sqrt{5} + 9 + 4\sqrt{5} = 30$$

Pour s'entraîner

1 Mettre chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres entiers et b est la plus petite valeur possible :

A $\sqrt{28}$ B $\sqrt{75}$ C $\sqrt{54}$

D $\sqrt{1000}$ E $2\sqrt{72}$ F $\frac{1}{3}\sqrt{162}$

2 Mettre sous la forme la plus simple :

A $2\sqrt{18} \times 3\sqrt{2}$ B $\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}$ C $3\sqrt{7} \times 2\sqrt{28}$

D $\sqrt{50} + \sqrt{8}$ E $\sqrt{20} - \sqrt{45}$ F $\sqrt{27} + 5\sqrt{18} - \sqrt{300}$

3 Trouver la valeur de $x + y$ et $x \times y$ dans chacun des cas suivants :

A $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 1 - \sqrt{5}$ B $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

C $x = 5 - 3\sqrt{2}$, $y = 5 - 3\sqrt{2}$

Deux nombres conjugués

Soient a et b deux nombres rationnels positifs. Chacun des deux nombres $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$, $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ est le conjugué de l'autre.

Leur somme $= 2\sqrt{a}$ le double du premier terme

Leur produit $= (\sqrt{a}+\sqrt{b}) \times (\sqrt{a}-\sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$

= le carré du premier terme – le carré du second terme

Le produit de deux nombres conjugués est toujours un nombre rationnel.

Si le dénominateur d'une fraction est sous la forme $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})$, nous pouvons les mettre sous une forme plus simple en multipliant le numérateur et le dénominateur par le conjugué du dénominateur.

Pour s'entraîner

Compléter

A $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ a pour conjugué (...............) et leur produit = (...............)

B $5-\sqrt{3}$ a pour conjugué (...............) et leur produit = (...............)

C $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$ a pour conjugué (...............) et leur produit = (...............)

Exemples

1 Si $x = \dfrac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ et $y \dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$,

écrire x et y de sorte que leurs dénominateurs soient des nombres entiers, puis calculer x + y.

Solution

$$x = \frac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{8(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{8(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$= 4\sqrt{5}+4\sqrt{3}$$

$$y = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(2-\sqrt{3})^2}{4-3} = \frac{4-4\sqrt{3}+3}{1} = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$x + y = 4\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{5} + 7$$

2 **Si** $x = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ et $y = \sqrt{7} - \sqrt{3}$,

démonter que **x et y sont deux nombres conjugués, puis trouver la valeur de chacune des deux expressions :**

$x^2 - 2xy + y^2$, $(x - y)^2$. Que peut-on remarquer ?

Solution

$$x = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

$y = \sqrt{7} - \sqrt{3}$ $\therefore$ x et y sont deux nombres conjugués

$$x^2 - 2xy + y^2 = (\sqrt{7}+\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3}) + (\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$$

$$= (7 + 2\sqrt{21} + 3) - 2(7 - 3) + (7 - 2\sqrt{21} + 3)$$

$$= 10 + 2\sqrt{21} - 8 + 10 - 2\sqrt{21}$$

$$= 12$$

$$(x - y)^2 = [(\sqrt{7}+\sqrt{3}) - (\sqrt{7}-\sqrt{3})]^2$$

$$= [\sqrt{7} + \sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{3}]^2 = (2\sqrt{3})^2$$

$$= 4 \times 3 = 12$$

Notons que : $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

Pour s'entraîner

Dans l'exercice précédent, calculer :

- A $(x + y)$
- B $(x - y)$
- C $(x + y)(x - y)$
- D $x^2 - y^2$

Que peut-on remarquer ?

Exercices (1-8)

1 **Choisir la bonne réponse :**

A $\sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{2} = \dots\dots\dots$ ($\sqrt{30}$ ou $\sqrt{2}$ ou 2 ou $2\sqrt{2}$)

B $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) = \dots\dots\dots$ (2 ou 12 ou $2\sqrt{7}$ ou $-2\sqrt{5}$)

C $(\sqrt{8} + \sqrt{2})^2 = \dots\dots\dots$ ($\sqrt{10}$ ou 10 ou 18 ou $\sqrt{18}$)

D L'inverse du nombre $\frac{\sqrt{3}}{6}$ est ………. ($-\frac{\sqrt{3}}{6}$ ou $6\sqrt{3}$ ou $2\sqrt{3}$ ou $-2\sqrt{3}$)

E Le nombre suivant dans la suite $\sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{48}$ est …….. ($\sqrt{50}$ ou $\sqrt{75}$ ou $\sqrt{60}$ ou $\sqrt{90}$)

2 **Compléter pour obtenir une phrase correcte :**

A $x = 3 + \sqrt{2}$ a pour conjugué ………. et leur produit est ……….

B L'inverse du nombre $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ dans la forme la plus simple est ……….

C **Réfléchis** Si $x^2 = 5$, alors $(x + \sqrt{5})^2 = \dots\dots\dots$ ou ……….

D **Réfléchis** Si $\frac{1}{x} = \sqrt{5} - 2$, alors la valeur de x sous la forme la plus simple est ……………………..

E $3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{18} = \dots\dots\dots$

3 Mettre sous la forme la plus simple : $2\sqrt{5} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{12} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$

4 Si $x = \frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ et $y = \frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$, trouver la valeur de $x^2 y^2$

5 Si $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ et $b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, trouver la valeur de $a^2 - b^2$ sous la forme la plus simple.

6 Si $x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ et $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$,

trouver, sous la forme la plus simple, la valeur de $\frac{x + y}{x y - 1}$

7 Si $x = \sqrt{7} + \sqrt{5}$ et $y = \frac{2}{x}$,

trouver, sous la forme la plus simple, la valeur de $\frac{x + y}{x y}$

les Opérations sur les racines cubiques

Réfléchis et discute

A apprendre

- Opérations sur les racines cubiques.

Nouvelles expressions

- racine cubique.

Soient a et b deux nombres réels. On a :

1

$$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \times b}$$

Par exemple : $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \times 2} = \sqrt[3]{10}$

$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{-4} = \sqrt[3]{3 \times -4} = \sqrt[3]{-12}$

2

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$$

Par exemple : $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{8 \times 5} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$

$\sqrt[3]{-128} = \sqrt[3]{-64 \times 2} = \sqrt[3]{-64} \times \sqrt[3]{2} = -4\sqrt[3]{2}$

3

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \text{ où } b \neq 0$$

Par exemple : $\frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \sqrt[3]{4}$

4

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \text{ où } b \neq 0$$

Par exemple : $\sqrt[3]{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}}$

Réfléchis : Si on multiplie le numérateur et le dénominateur de la fraction précédente par $\sqrt[3]{4}$, trouver le résultat sous la forme la plus simple.

Exemples :

Mettre sous la forme la plus simple :

A $\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{\frac{-1}{4}} + 5\sqrt[3]{16}$

B $\sqrt[3]{24} - 6\sqrt[3]{13\frac{8}{9}}$

Solution

A $\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{\frac{-1}{4}} + 5\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{27 \times 2} + 8\sqrt[3]{\frac{-1}{4} \times \frac{2}{2}} + 5\sqrt[3]{8 \times 2}$

$= \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{2} + 8\frac{\sqrt[3]{-2}}{\sqrt[3]{8}} + 5 \times \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{2}$

$= 3\sqrt[3]{2} + \frac{8 \times (-\sqrt[3]{2})}{2} + 5 \times 2 \times \sqrt[3]{2}$

$= 3\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} + 10\sqrt[3]{2} = 9\sqrt[3]{2}$

B $\sqrt[3]{24} - 6\sqrt[3]{13\frac{8}{9}} = \sqrt[3]{24} - 6\sqrt[3]{\frac{125}{9}} = \sqrt[3]{8 \times 3} - 6 \times \sqrt[3]{\frac{125}{9} \times \frac{3}{3}}$

$= \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{3} - 6 \times \frac{5\sqrt[3]{3}}{3} = 2\sqrt[3]{3} - 10\sqrt[3]{3} = -8\sqrt[3]{3}$

Exercices (1-9)

1 Mettre chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt[3]{b}$ où a et b sont deux nombres entiers et b est la plus petite valeur possible :

A $\sqrt[3]{54}$ B $\sqrt[3]{-1000}$ C $\sqrt[3]{128}$

D $\sqrt[3]{-2160}$ E $\sqrt[3]{1715}$ F $\sqrt[3]{686}$

2 **Trouver le résultat sous la forme la plus simple :**

A $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{24}$ B $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{128}$ C $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \times \sqrt[3]{\frac{4}{25}}$

D $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} \div \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ E $\frac{1}{2}\sqrt[3]{56} - \sqrt[3]{\frac{7}{27}}$ F $\frac{1}{2}\sqrt[3]{10} \times 6\sqrt[3]{100}$

3 Si $a = \sqrt[3]{5} + 1$ et $b = \sqrt[3]{5} - 1$, trouver la valeur de :

A $(a - b)^5$ B $(a + b)^3$

4 **Démontrer que**

A $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54} = 0$

B $\sqrt[3]{54} \times \sqrt[3]{16} \div (\sqrt[3]{4} \times 6) = 1$

Unité 1

Leçon 10

les Applications sur les nombres réels

Réfléchis et discute

A apprendre

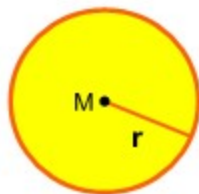
- Résoudre des applications sur les racine carrées et cubiques.

Nouvelles expressions

- cercle
- parallélépipéde rectangle
- cube
- cylindre droit
- sphère

Cercle :

Le périmètre d'un cercle = $2\pi r$ unité de longueur

L'aire d'un cercle = πr^2 unité d'aire

Où r est le rayon du cercle et π est (la valeur approchée).

Exemples

1 **Trouver** le périmètre d'un cercle ayant pour aire $38{,}5\ cm^2$ (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution

L'aire d'un cercle = πr^2

$38{,}5 = \frac{22}{7} r^2 \qquad \therefore r^2 = \frac{38.5 \times 7}{22} = \frac{49}{4}$

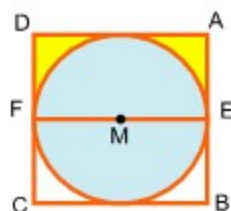
$\therefore r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3{,}5$ cm

le périmètre d'un cercle = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 3{,}5 = 22$ cm

2 Dans la figure ci-dessous, M est un cercle inscrit dans un carré ABCD. Si l'aire de la partie coloriée en jaune est $10\frac{5}{7}\ cm^2$, trouver le périmètre de cette partie (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution

Soit la longueur du rayon du cercle = r

$\therefore$ La longueur du côté du carré = 2r

L'aire de la partie coloriée en jaune = l'aire du rectangle AEFD – l'aire du demi-disque

$$10\frac{5}{7} = r \times 2r - \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} r^2$$

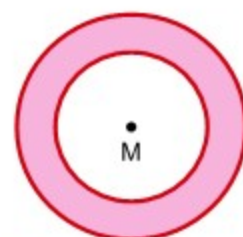
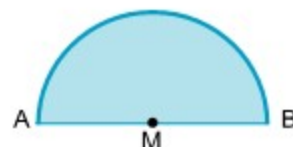
$$\frac{75}{7} = 2r^2 - \frac{11}{7} r^2 = \frac{3}{7} r^2$$

$\therefore r^2 = 25 \quad \therefore r = 5$ cm

Le périmètre de la partie coloriée en jaune = (AE + AD + DF) + $\frac{1}{2}$ périmètre du demi-cercle

$$= (5 + 10 + 5) + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 5 = 35\frac{5}{7} \text{ cm}$$

Pour s'entraîner

1. Soit un cercle d'aire 64 π cm². Trouver la longueur de son rayon, puis calculer son périmètre à une unité près (Prendre π = 3,14).
2. Dans la figure ci-contre: $\overline{AB}$ est un diamètre dans le demi-cercle. Si l'aire de cette région est 12,32cm². Trouver le périmètre de la figure.
3. La figure ci-contre représente deux cercles concentriques de centre M et de rayons 3 cm et 5 cm. Trouver l'aire et le périmètre de la partie coloriée en fonction de π.

Parallélépipède rectangle

C'est un solide dont les six faces sont des rectangles et les faces opposées sont superposables.

Si les longueurs des dimensions d'un parallélépipède rectangle sont x, y et z, alors :

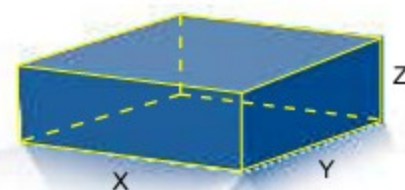
aire latérale = périmètre de la base × hauteur

aire latérale = 2(x + y) × z

aire totale = aire latérale + 2 × aire de la base

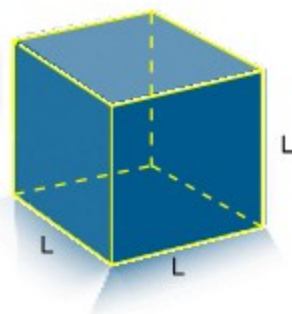
L'aire totale = 2(xy + yz + xz)

Volume du parallélépipède rectangle = aire de la base × hauteur

Volume du parallélépipède rectangle = x × y × z

Cas particulier : cube

C'est un parallélépipède rectangle dont toutes les arêtes sont de même longueur.

Si la longueur de son arête = L unité de longueur, alors

L'aire d'une face = L^2 unité d'aire	L'aire latérale = 4 L^2 unité d'aire
L'aire totale = 6 L^2 unité d'aire	Volume du cube = L^3 unité de volume

Exemples

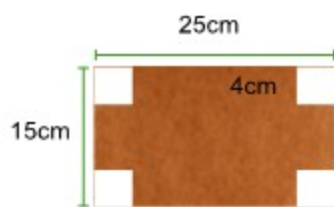
Trouver l'aire totale d'un cube de volume 125 cm^3.

Solution

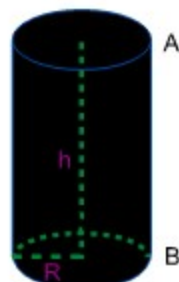
Volume d'un cube = L^3 $\therefore$ $125 = L^3$ $\therefore$ $L = \sqrt[3]{125} = 5$ cm

L'aire totale du cube = $6L^2 = 6 \times (5)^2 = 150$ cm^2

Pour s'entraîner

1. Soit un parallélépipède rectangle dont la base a la forme d'un carré. Si son volume est 720 cm^3 et sa hauteur est 5 cm, calculer son aire totale.
2. Lequel a le plus grand volume : un cube d'aire totale 294 cm^2 ou un parallélépipède rectangle de dimensions $7\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$ et 5 cm ?
3. On dispose d'une pièce rectangulaire de papier cartonné de dimensions 25 cm et 15 cm. Dans chacun de ses 4 coins, on coupe un petit carré de côté 4 cm de longueur puis on plie les parties saillantes pour former un récipient sous forme d'un parallélépipède rectangle. Calculer son volume et son aire latérale.

Cylindre droit :

C'est un solide dans lequel les deux bases sont des surfaces de cercles superposables et parallèles. La surface latérale d'un cylindre est courbée. Elle est appelée, la surface du cylindre.

- Si M, M´ sont les centres des deux bases, alors M M´ est la hauteur du cylindre.

Pour réfléchir Soient A un point du cercle M, B un point du cercle M´ et $\overline{AB}$ // $\overline{MM'}$

- Si on coupe la surface du cylindre suivant $\overline{AB}$ et on déplie cette surface, On obtient le rectangle A B B´ A´.

Dans ce cas, AB = la hauteur du cylindre et A A´ = le périmètre de la base du cylindre.

Aire du rectangle A B B´ A´ = aire latérale du cylindre

Aire latérale du cylindre = périmètre de la base × hauteur = 2π r h unité d'aire

Aire totale du cylindre = Aire latérale du cylindre + Somme des aires des deux bases

$= 2\,\pi\, r\, h + 2\,\pi\, r^2$ (unité d'aire)

Volume du cylindre = aire de la base × hauteur = $\pi r^2 h$ (unité de volume)

 Exemple

Une pièce de papier cartonne a la forme d'un rectangle ABCD tel que AB = 10 cm et BC = 44 cm. On la plie, pour former un cylindre droit, de telle sorte que $\overline{AB}$ et $\overline{DC}$ soient confondus. Calculer le volume du cylindre ainsi obtenu. (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution

Périmètre de la base du cylindre = 44 cm.

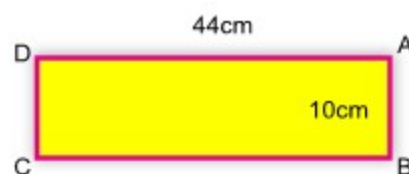
$2\,\pi\, r = 44$

$2 \times \frac{22}{7}\, r = 44$

$\therefore r = 7$ cm

Volume d'un cylindre $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 10$

$= 1540\ cm^3$

 Pour s'entraîner

1 Soit un cylindre droit de longueur de rayon 14 cm et de hauteur 20 cm. Calculer son volume et son aire totale .

2 Un cylindre droit a pour volume 7536 cm^3 et pour hauteur 24 cm. Calculer son aire totale. (prendre $\pi = 3,14$)

3 Lequel a le plus grand volume : un cylindre droit de rayon de base 7 cm et de hauteur 10 cm ou un cube de longueur d'arête 11 cm?

Sphère :

C'est un solide de surface courbée. Tous les points de cette surface sont situés à une distance fixe "r" d'un point donné à l'intérieur de la sphère (le centre de la sphère).

Si un plan coupe la sphère passant par son centre, le secteur obtenu est un cercle dont le centre est le centre de la sphère et le rayon est le rayon de la sphère "r".

Volume de la sphère = $\frac{4}{3} \pi r^3$ unité de volume
Aire de la surface = $4 \pi r^2$ unité d'aire

Exemples

Le volume d'une sphère est 562,5 π cm^3 . Calculer l'aire de sa surface.

Solution

Volume de la sphère = $\frac{4}{3} \pi r^3$

$562,5\ r = \frac{4}{3} \times \pi r^3$

$\therefore r^3 = 562,5 \times \frac{3}{4} = 421,875$

$r = \sqrt[3]{421,875} = 7,5$ cm

L'aire de la surface de la sphère = $4 \pi r^2 = 4 \times \pi (7,5)^2 = 225 \pi\ cm^2$

Pour s'entraîner

Trouver le volume de la sphère dont la longueur du rayon est 4,2 cm (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

Exercices (1-10)

1 **Choisir la bonne réponse**

A. L'aire latérale d'un cylindre droit de diamètre de base L et de hauteur h est ....
(π L^2h ou π Lh ou 2 π Lh ou π Lh^2).

B. Le volume d'une sphère de 6 cm de diamètre = ... cm^3
(288 ou 12 π ou 36 π ou 288 π)

C. Si le volume d'un cube est 2 $\sqrt{2}$ cm^3, alors la longueur de son arête = ... cm.
($\sqrt{2}$ ou 2 ou 8 ou 1.5)

D. La longueur du rayon d'un cylindre droit de volume 40 π cm^3 et de hauteur 10 cm est égal à ..... cm (5 ou 3 ou 2 ou 1)

E. Un parallélépipède rectangle ayant pour dimensions $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$ a pour volume ...... cm^3 (6 ou 36 ou 6 $\sqrt{6}$ ou 18 $\sqrt{2}$).

2 **Compléter** **pour obtenir une phrase correcte :**

A. Une sphère de volume $\frac{9}{2}\pi$ cm^3 a pour rayon .... cm.

B. Un cylindre droit a pour longueur de rayon de base r et pour hauteur h.
Son aire latérale = ... cm^2 et son volume = ... cm^3.

C. Un cube a pour longueur d'arête 4 cm. Son aire totale = ... cm^2.

D. L'aire totale d'un parallélépipède rectangle = ...

3 On a placé une sphère de volume 36 π cm^3 dans un cube de sorte que sa surface soit tangente aux six faces du cube. Calculer :

A. la longueur du rayon de la sphère. B. le volume du cube.

4 Une sphère métallique de longueur de rayon 6 cm a été fondue et transformée en un cylindre droit de rayon de base 3 cm. Calculer la hauteur du cylindre.

5 Si la hauteur d'un cylindre droit est égale à la longueur du rayon de sa base, trouver la hauteur du cylindre sachant que son volume est égal à 72 π cm^3.

6 Une sphère creuse a pour rayon intérieur 2,1 cm et pour rayon extérieur 3,5 cm. Trouver sa masse à un gramme près sachant que le centimètre cube de sa matière a pour masse 20 g. (prendre π $\frac{22}{7}$)

Résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à une inconnue dans ℝ

Réfléchis et discute

A apprendre

- Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue dans R.
- Résolution d'une inéquation du premier degré à une inconnue

Nouvelles expressions

- équation
- degré de l'équation
- inéquation
- degré de l'inéquation
- résoudre l'équation
- résoudre l'inéquation

(1) Résolution des équations du premier degré à une inconnue dans R

On sait que : l'équation $3x - 2 = 4$ est appelée équation du premier degré à une inconnue car la puissance de la variable (l'inconnue) est égale à 1. Pour résoudre cette équation dans ℝ

$3x - 2 = 4$ en ajoutant 2 aux deux membres de l'équation

$3x = 6$ (en multipliant par l'inverse du coefficient de x)

$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 6$

$\therefore x = 2$

L'ensemble-solution est { 2 }

La solution peut être représentée sur la droite numérique comme dans la figure ci-contre.

-1 0 1 2 3 4 5

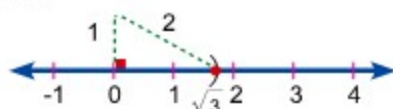
Exemples

1 Trouver dans ℝ, l'ensemble-solution de l'équation $\sqrt{3}\,x - 1 = 2$, puis représenter la solution sur une droite numérique.

Solution

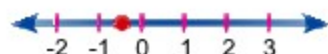
$\sqrt{3}\,x - 1 = 2 \qquad \therefore \sqrt{3}\,x = 3$

$\therefore x = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \qquad \therefore x = \sqrt{3} \in ℝ$

L'ensemble-solution = $\{\sqrt{3}\}$

La solution peut être représentée sur la droite numérique comme dans la figure ci-dessus.

2 **Trouver** dans ℝ, l'ensemble-solution de l'équation $x + \sqrt{2} = 1$, puis représenter la solution sur une droite numérique.

Solution

$x + \sqrt{2} = 1$ $\therefore x = 1 - \sqrt{2} \in \mathbb{R}$

La solution peut être représentée sur la droite numérique comme dans la figure ci-dessus .

1 **Trouver dans ℝ, l'ensemble-solution de chacune des inéquations suivantes, puis représenter la solution sur une droite numérique :**

A $5x + 6 = 1$ B $2x + 4 = 3$ C $2x - 3 = 4$

D $x + 5 = 0$ E $\sqrt{2}\,x - 1 = 1$ F $x - 1 = \sqrt{5}$

(2) Résolution des inéquations du premier degré à une inconnue dans R et représentation de la solution sur une droite numérique.

On utilise les propriétés suivantes pour résoudre l'inéquation dans R

Soient a , b et c trois nombres réels tels que a < b. On a :

1. $a + c < b + c$. Propriété de l'addition.
2. Si $c > 0$, $a \times c < b \times c$. Propriété de multiplication par un nombre réel positif
3. Si $c < 0$, $a \times c > b \times c$. Propriété de multiplication par un nombre réel négatif.

Exemples

1 **Trouver** dans ℝ, l'ensemble-solution de l'inéquation $2x - 1 \geq 5$, puis représenter la solution graphiquement.

Solution

En additionnant 1 aux deux membres de l'inéquation, on obtient $2x \geq 6$

En multipliant les deux membres de l'inéquation par $(\frac{1}{2} > 0)$ on obtient $x \geq 3$

$\therefore$ L'ensemble-solution dans R est $[3 , + \infty[$

La demi-droite verte représente la solution sur la droite numérique.

0 1 2 3 4 5 ∞

2 **Trouver** dans $\mathbb{R}$, l'ensemble solution de l'inéquation $5 - 3x > 11$, puis représenter la solution graphiquement.

Solution

En additionnant (-5) aux deux membres de l'inéquation, on obtient $-3x > 6$
En multipliant les deux membres de l'inéquation par $(-\frac{1}{3})$ on obtient :
$x < -2$

L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ est $]-\infty, -2[$

La demi-droite verte représente la solution sur la droite numérique.

3 **Trouver** dans $\mathbb{R}$, l'ensemble-solution de la double inéquation $-3 \leq 2x - 1 < 5$, puis représenter la solution graphiquement.

Solution

En additionnant (1) aux trois membres de la double inéquation $-3 + 1 \leq 2x - 1 + 1 < 5 + 1$ on obtient, $-2 \leq 2x < 6$, En multipliant les trois membres de l'inéquation par $(\frac{1}{2} > 0)$, $-1 \leq x < 3$
$\therefore$ L'ensemble-solution dans $\mathbb{R}$ est $[-1, 3[$

La demi-droite verte représente la solution sur la droite numérique.

Dans l'exemple 3, quelle est la solution de la double inéquation dans $\mathbb{N}$?
quelle est la solution de la double inéquation dans $\mathbb{Z}$?

Exercices (1-11)

1 **Compléter** **pour obtenir une phrase correcte où $x \in \mathbb{R}$.**

A. Si $5x < 15$, alors x ....
B. Si $x - 3 \geq 4$, alors x ....
C. Si $-2x \leq 3$, alors x ....
D. Si $1 - x > 4$, alors x ....
E. Si $\sqrt{2}\,x \leq 4$, alors x ....

2 **Trouver** sous forme d'intervalles dans $\mathbb{R}$, l'ensemble-solution de chacune des inéquations suivantes, puis représenter l'ensemble-solution sur une droite numérique :

- A $3x - 1 < 5$
- B $2x + 5 \geqslant 3$
- C $2x + 3 \leqslant 1$
- D $5 - x > 3$
- E $1 - 5x < 6$
- F $\frac{1}{2}x + 1 \leqslant 2$

3 **Trouver** sous forme d'intervalles dans $\mathbb{R}$, l'ensemble-solution de chacune des inéquations suivantes, puis représenter l'ensemble-solution sur une droite numérique.

- A $-1 \leqslant 2x + 1 < 5$
- B $-5 \leqslant 2x - 3 \leqslant 1$
- C $-3 \leqslant 4x - 7 \leqslant 5$
- D $4 < 3x + 4 < 7$
- E $1 < 5 - x \leqslant 3$
- F $1 \leqslant 3 - 2x < 5$

4 **Trouver** sous forme d'intervalles dans $\mathbb{R}$, l'ensemble-solution de chacune des inéquations suivantes, puis représenter l'ensemble-solution sur une droite numérique :

- A $-3 \leqslant -x < 3$
- B $|-3| < 2x - 1 < 5$
- C $\sqrt[3]{-8} \leqslant x + 1 \leqslant \sqrt{9}$
- D $5 < 3 - x \leqslant 3^2$

Exercices généraux

1 **Compléter pour obtenir une phrase correcte** :

- A $\sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} =$ ....
- B Une boîte cubique a pour capacité 8 litres. La longueur de son arête intérieure est de .... cm.
- C L'ensemble-solution de l'équation $x^2 + 9 = 0$ dans $\mathbb{R}$ est ....
- D $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$ ....
- E L'aire d'un rectangle ayant pour dimensions $(\sqrt{5} + 1)$ cm et $(\sqrt{5} - 1)$ cm est de .... cm^2.
- F $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{-16} = \sqrt[3]{......}$
- G $[-1, 5] -]-1, 5[=$ ....
- H L'ensemble-solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\sqrt{2}x - 1 = 3$ est..........
- I Le volume d'une sphère ayant pour longueur de diamètre 6 L unité de longueur = ... unité de volume.
- J $|\sqrt[3]{-125}| = \sqrt{......}$

2 **Trouver** sous forme d'intervalles dans ℝ, l'ensemble-solution de chacune des doubles inéquations suivantes, puis représenter l'ensemble-solution sur une droite numérique :

A $5x - 3 < 2x + 9$

B $3 - 4x \leqslant x - 2$

C $x \leqslant 2x - 1 \leqslant x + 3$

D $x - 1 < 3x - 1 \leqslant x + 1$

E $4x \leqslant 5x + 2 < 4x + 3$

F $5x + 7 > 6x > 5x$

3 Si $x = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$, démontrer que $x + \dfrac{1}{x} = 22$.

4 **Mettre** sous la forme la plus simple : $\sqrt[3]{54} + 4\sqrt[3]{\dfrac{1}{4}} - \sqrt[3]{-2}$

5 Un cylindre droit a pour volume 72π cm³ et pour hauteur 8 cm. Calculer son aire totale.

6 **Trouver** à l'aide d'une droite numérique $[3, 6[\cap [4, 7[$

7 Si $x = \dfrac{5\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ et $y = \dfrac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, trouver la valeur de :

A $x^2 + y^2$

B $x\,y$

puis démontrer que $x^2 + y^2 = 38\,x\,y$

8 Si $x = \sqrt[3]{5} + 2$ et $y = \sqrt[3]{5} - 2$, trouver la valeur de $(x + y)^3 + (x - y)^3$

9 Si $x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ et $y = \dfrac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, trouver la valeur de $(x^2 + 2xy + y^2)$

10 Si $A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ et $B = \sqrt{3} - \sqrt{2}$,

trouver la valeur de $(A^2 - AB + B^2)$

11 Si $x = \dfrac{3\sqrt{5} + 5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ et $y = \dfrac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$,

démontrer que $\dfrac{x^2 + y^2}{x\,y} = 38$.

Technologie

Trouver la valeur de :

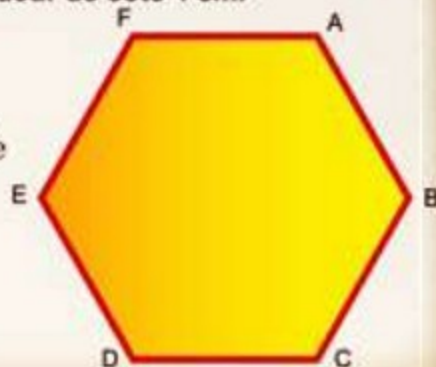
$\sqrt[3]{27} + \sqrt{12\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{0,125}$

- Faire exécuter le programme Excel, puis introduire les nombres indiqués dans les cellules A1, D1 et B1.
- Pour trouver la racine cubique du nombre inscrit dans la cellule A1, écrire dans la cellule F2 la formule A1^(1/3), puis appuyer sur la touche ENTER. Le résultat 3 va apparaitre.
- Pour trouver la racine carrée du nombre inscrit dans la cellule B1, écrire dans la cellule H2 la formule B1^(1/2) puis appuyer sur la touche ENTER. Le résultat 3,5 va apparaitre.
- Pour trouver la racine cubique du nombre inscrit dans la cellule D1, écrire dans la cellule J2 la formule D1^(1/3), puis appuyer sur la touche ENTER. Le résultat 0,5 va apparaitre.
- Ecrire dans la cellule L2 la formule = F2+H2+J2. Le résultat 1 va apparaitre.

Le portfolio

Activité Tracer un hexagone régulier de longueur de côté 4 cm.

1. **Mesurer chacun de ses angles.**
2. Tracer les diagonales $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ et $\overline{CF}$.
   Sans mesurer, déduire la longueur de chacun de ces segments.
3. Tracer un cercle passant par ses sommets.

4. Trouver son aire.

Epreuve de l'unité

1 **Compléter pour obtenir une phrase *correcte* :**

A] -3, 2] $\cap$ ℝ₋ = ...

B L'inverse du nombre $-\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ est ....

C Compléter de la même manière : $\sqrt{5}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{80}$, ...

D Si $x = \sqrt[3]{3} + 7$ et $y = \sqrt[3]{3} - 7$, alors la valeur de $(x + y)^3$ = ...

E Si le périmètre d'un cercle est égal à 20 x cm, alors son aire .... π cm²

2 **Choisir la bonne réponse :**

A Si le volume d'un cube est égal à 64 cm³, alors son aire latérale = ... cm²

(4 ou 8 ou 64 ou 96)

B $\sqrt{12} - \sqrt{3}$ = (3 ou $\sqrt{3}$ ou $2\sqrt{3}$ ou $3\sqrt{3}$)

C L'inverse du nombre $\dfrac{-\sqrt{6}}{12}$ est .... ($\dfrac{12}{\sqrt{6}}$ ou $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$ ou $-2\sqrt{6}$ ou $2\sqrt{6}$)

D $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{-2}$ = ($\sqrt[3]{52}$ ou $\sqrt[3]{2}$ ou $2\sqrt[3]{2}$ ou $4\sqrt[3]{2}$)

E [-3, 4] - {-3, 5} = (]-3, 4[ou]-3, 4] ou]-3, 5[ou [-3, 4[)

3 Mettre sous la forme la plus simple : $2\sqrt{18} + \sqrt{50} + \frac{1}{3}\sqrt{162}$

4 On fait fondre un parallélépipède rectangle métallique de dimensions 77 cm, 24 cm et 21 cm. Avec le métal obtenu, on forme une sphère. Trouver le rayon de la sphère. (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

5 Si $a = \dfrac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ et $b = \dfrac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$, trouver la valeur de $\dfrac{a - b}{a\,b}$

6 A l'aide d'une droite numérique trouver, sous forme d'intervalle, la valeur de] -1 , 3] $\cup$ [0 , 5 [

7 Un cylindre droit a pour volume 923 cm³ et pour hauteur 6 cm. Calculer son aire latérale (prendre $\pi = \frac{22}{7}$).

8 Si $x = \sqrt{10} + 2$ et $y = \sqrt[3]{26} - 1$, donner une estimation du produit $x \times y$, puis utiliser une calculatrice pour calculer la différence entre le résultat estimé et la valeur calculée.

9 Trouver dans R l'ensemble-solution , puis représenter la solution graphiquement :

A $1 < 2x + 3 \leq 9$

B $x + 2\sqrt{3} = 3$

Unité (2)

2

Relation entre deux variables

2020 - 2021

صندوق تأمين ضباط الشرطة

la Relation entre deux variables

Réfléchis et discute

A apprendre :

- La relation du premier degré entre deux variables.
- La représentation graphique d'une relation du premier degré entre deux variables.

Expressions de base :

- variable
- relation
- équation du premier degré

Un homme possède des billets de banque de 50 Livres chacun et d'autres de 20 Livres chacun. Il achète un appareil électrique à 390 Livres.

Réfléchis : Combien de billets de chaque sorte doit-il payer au vendeur ?

Soit x : le nombre de billets de 50 Livres. Donc, la valeur de ces billets est 50 x Livres.

Soit y : le nombre de billets de 20 Livres. Donc, la valeur de ces billets est 20 y Livres.

On cherche à déterminer x et y qui rendent

$$50x + 20y = 390$$

Cette relation est appelée **équation du premier degré** entre deux variables. Nous pouvons diviser les deux membres de l'équation par 10. Dans ce cas, on obtient une équation équivalente. C'est :

$$5x + 2y = 39$$

$$\therefore y = \frac{39 - 5x}{2}$$

Remarque que : x et y sont deux nombres naturels et que x dans ce cas est un nombre impair.

Nous pouvons former le tableau suivant pour voir les différentes possibilités :

Donner au vendeur un billet de 50 Livres et 17 billets de 20 Livres ; ou 3 billets de 50 Livres et 12 billets de 20 Livres ; ou 5 billets de 50 Livres et 7 billets de 20 Livres ; ou 7 billets de 50 Livres et 2 billets de 20 Livres ;

x	y	(x , y)
1	17	(1 , 17)
3	12	(3 , 12)
5	7	(5 , 7)
7	2	(7 , 2)
9	négatif	impossible

1. Une personne a des billets de 5 Livres et des billets de 20 Livres. Elle fait des achats d'un centre commercial à 75 Livres. Quelles sont les différentes possibilités du payement ?
2. Le périmètre d'un triangle isocèle est 19 cm. Quelles sont les différentes possibilités des longueurs de ses côtés sachant que ces longueurs sont en centimètres entiers ?

Remarque que : la somme des longueurs de deux côtés d'un triangle est plus grande que la longueur du troisième côté.

Etude de la relation entre deux variables

$a x + by = c$ où $a \neq 0 , b \neq 0$ est appelée une relation linéaire entre les deux variables x et y. Nous pouvons trouver l'ensemble des couples (**x** , **y**) vérifiant cette relation.

Par exemple :

Dans la relation **$2x - y = 1$**

Si $x = 1$, $\therefore$ $y = 1$ $\therefore$ (1 , 1) vérifie la relation

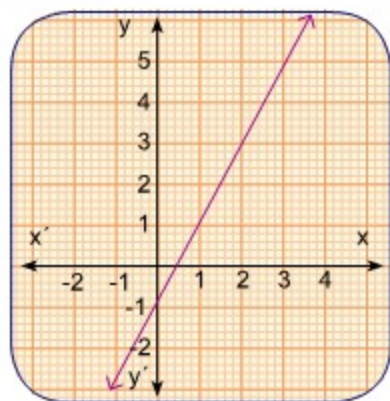
Si $x = 0$, $\therefore$ $y = -1$ $\therefore$ (0 , -1) vérifie la relation

Si $x = 3$, $\therefore$ $y = 5$ $\therefore$ (3 , 5) vérifie la relation

Si $x = -1$, $\therefore$ $y = -3$ $\therefore$ (-1 , -3) vérifie la relation

Nous pouvons constater qu'il y a une infinité de couples vérifiant cette relation.

Remarque que :

- Nous pouvons représenter la relation $2 x - y = 1$ graphiquement en utilisant certains des couples qu'on vient de calculer.
- Tout point de la droite rouge représente un couple qui vérifie la relation $2 x - y = 1$

Pour s'entraîner

1 **Trouve quatre couples vérifiant chacune des relations suivantes, puis représente chaque relation graphiquement :**

A $x + y = 3$ B $x - 2y = 5$ C $y = 2$ D $x = 1$

2 Si $(-3 , 2)$ vérifie la relation $3x + by = 1$, trouve la valeur de b.

3 Si $(k , 2k)$ vérifie la relation $x + y = 15$, trouve la valeur de k.

Représentation graphique de la relation entre deux variables

La relation $ax + by = c$ où $a \neq 0$ et $b \neq 0$ est appelée une relation entre les deux variables x et y. Elle est représentée graphiquement par une droite.

Si $a = 0$

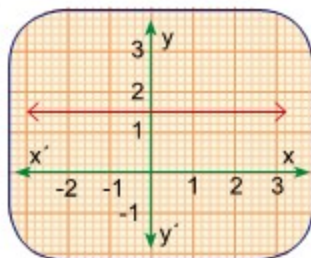
La relation est représentée graphiquement par une droite parallèle à l'axe des x.

Par exemple : $2y = 3$

D'où $y = \frac{3}{2}$

est représentée par la droite de couleur rouge qui passe par le point $(0 , \frac{3}{2})$ et qui est parallèle à l'axe des x.

Cas particulier :

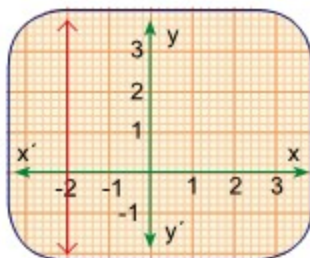
La relation $y = 0$ est représentée par l'axe des x.

Si $b = 0$

La relation est représentée graphiquement par une droite parallèle à l'axe des y.

Par exemple : $x = -2$

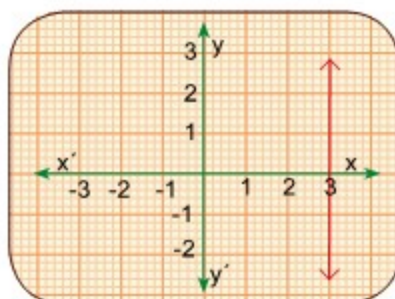
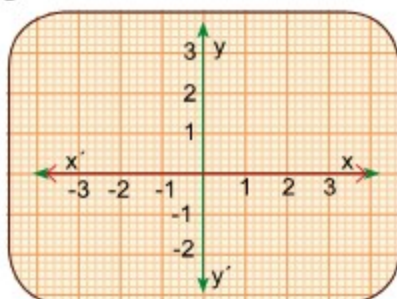
est représentée par la droite de couleur rouge qui passe par le point $(-2 , 0)$ et qui est parallèle à l'axe des y.

Cas particulier :

La relation $x = 0$ est représentée par l'axe des y.

Pour s'entraîner

1 **Représente graphiquement chacune des relations suivantes :**

 $2x = 5$ B $y + 1 = 0$

2 **Trouve la relation représentée par la droite tracée en rouge dans chacune des figures suivantes :**

Exemple :

Représente graphiquement la relation : $x + 2y = 3$

Solution

Nous pouvons choisir un ensemble de couples qui vérifient la relation.

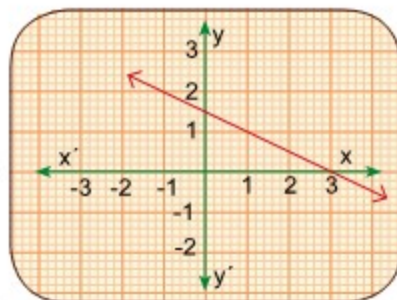
Par exemple : Si **y = 2** $\therefore x = -1$ (-1 , 2) **vérifie la relation**

Si y **= 0** $\therefore x = 3$ (3 , 0) **vérifie la relation**

Si y **= -1** $\therefore x = 5$ (5 , -1) **vérifie la relation Etc.**

Nous pouvons écrire le résultat dans le tableau suivant :

x	-1	3	5	0
y	2	0	-1	$\frac{3}{2}$

Cette relation est représentée graphiquement par la droite dessinée en rouge.

Discute avec ton professeur :

1. Que remarques-tu concernant la variation de la valeur de y selon l'augmentation de la valeur de x ?
2. Dans quel cas, la droite représentant la relation $a x + b y = c$ passe-t-elle par le point d'origine ?

Exercices (2 – 1)

1 **Représente graphiquement chacune des relations suivantes :**

A $x + y = 2$ B $2x - y = 3$

2 Trace la droite représentant la relation $2x + 3y = 6$. Si cette droite coupe l'axe des x au point A et l'axe des y au point B, calcule l'aire du triangle OAB où O est le point d'origine.

Unité 2

Leçon 2

la Pente d'une droite et Applications

Réfléchis et discute

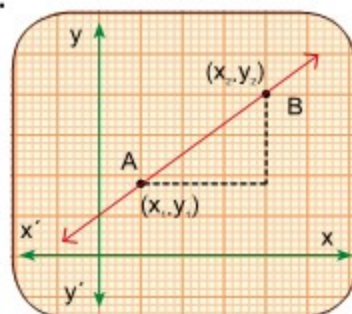
A apprendre :

- La pente d'une droite.
- Applications quotidiennes sur la pente d'une droite.

Expressions de base :

- pente
- pente positive
- pente négative
- pente nulle
- pente indéfinie

Si on observe le déplacement d'un point sur une droite de la position $A(x_1 , y_1)$ à la position $B(x_2 , y_2)$ où A et B sont deux points de la droite, alors :

1. la variation de l'abscisse $= x_2 - x_1$. Cette variation est appelée « variation horizontale ».
2. la variation de l'ordonnée $= y_2 - y_1$. Cette variation est appelée « variation verticale ». Elle peut être positive ou négative ou nulle.

La pente d'une droite $= \dfrac{\text{Variation de l'ordonnée}}{\text{Variation de l'abscisse}} = \dfrac{\text{Variation verticale}}{\text{Variation horiznatale}}$

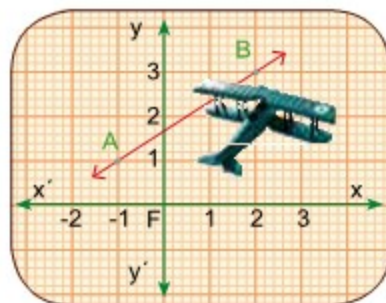
$$p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{où } x_2 \neq x_1$$

Dans les exercices suivants, nous allons étudier la variation verticale $(y_2 - y_1)$:

Exemple (1)

Si A = (-1, 1) et B = (2, 3),

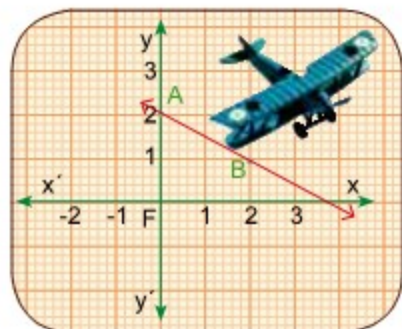
alors : la pente de $\overleftrightarrow{AB}$

$= \dfrac{3 - 1}{2 - (-1)} = \dfrac{2}{3}$

Remarque que :

1. Du point A, on s'est déplacé sur la droite vers le haut pour arriver au point B.
2. $y_2 > y_1$
3. La pente est positive.

Exemple (2) :

Si A (0, 2), B (2, 1),

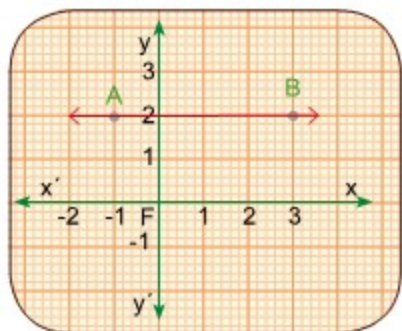
alors : la pente de $\overleftrightarrow{AB} = \frac{1-2}{2-0} = -\frac{1}{2}$

Remarque que :

1. Du point A, on s'est déplacé sur la droite vers le bas pour arriver au point B.
2. $y_2 < y_1$
3. La pente est négative.

Exemple (3) :

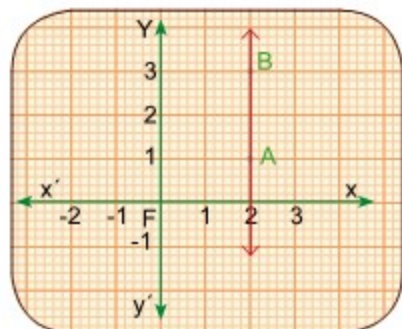
Si A (-1, 2) et B (3, 2),

alors : la pente de $\overleftrightarrow{AB}$ =

$\frac{2-2}{3-(-1)} = \frac{0}{4} = 0$

Remarque que :

1. Du point A, on s'est déplacé sur la droite horizontalement pour arriver au point B.
2. $y_2 = y_1$
3. La pente = 0

Exemple (4) :

Si A = (2, 1) et B(2, 3), on ne peut pas calculer la pente car la définition de la pente nécessite que la variation des abscisses ne soit pas nulle et donc $x_2 - x_1 \neq 0$

Remarque que :

1. Du point A, on s'est déplacé sur la droite verticalement pour arriver au point B.
2. $x_2 = x_1$
3. La pente non définie.

Pour s'entraîner :

1 Dans chacun des cas suivants, trouve la pente de la droite $\overleftrightarrow{AB}$:

- **A** A (1, 2), B (5, 0).
- **B** A (2, -1), B (4, -1).
- **C** A (-1, 3), B (2, 1).
- **D** A (3, -1), B (3, 2).

2 Si A = (2 , -1), B = (3 , 2) et C = (4 , 5), trouve la pente de chacune des droites $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$ et $\overleftrightarrow{AC}$, puis représente ces droites graphiquement. Que remarques-tu ?

3 **Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :**

a) Le tableau ci-contre montre une relation entre x et y. Cette relation est donnée par :
(y = x + 4 ou y = x + 1 ou y = 2x - 1 ou y = 3x - 2)

x	1	2	3	4	5
y	1	3	5	7	9

b) Si (2, -5) vérifie la relation 3x – y + c = 0, alors c = ... (1 ou -1 ou 11 ou -11)

c) (3, 2) ne vérifie pas la relation .... (y + x = 5 ou 3y – x = 3 ou y + x = 7 ou y – x = 1)

d) Un moteur pour l'irrigation consomme 2,47 litres d'essence pour fonctionner 3 heures. Si le moteur fonctionne pendant 10 heures, il consomme .... litres d'essence.

(7,2 ou 8 ou 8,4 ou 9,6)

4 **Trouve la pente de la droite $\overleftrightarrow{AB}$, où A(-1 , 3) et B (2 , 5). Le point C (8 , 1) appartient-il à la droite $\overleftrightarrow{AB}$?**

Applications à la vie quotidienne :

Application (1) :

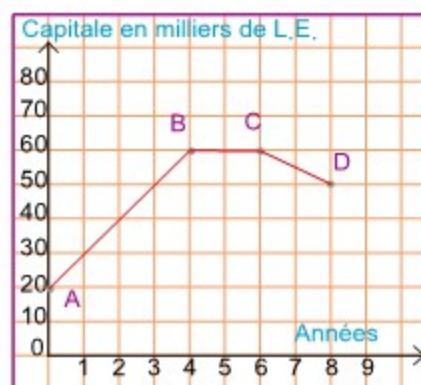
La figure ci-contre montre la variation du capital d'une entreprise durant 8 ans :

A Trouve la pente de $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$ et $\overleftrightarrow{CD}$.

Quelle signification donne-t-on à chaque pente ?

B Calcule le capital de l'entreprise au moment du démarrage de ses activités.

Solution

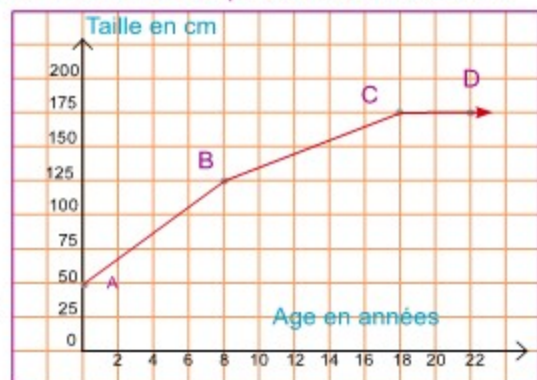
A = (0 , 20), B = (4 , 60), C = (6 , 60) et D = (8 , 50)

1) La pente de $\overleftrightarrow{AB} = \frac{60 - 20}{4 - 0} = 10$, Cette pente montre l'augmentation du capital de l'entreprise durant les quatre premières années à raison de 10 mille Livres par an.

La pente de $\overleftrightarrow{BC} = \frac{60 - 60}{6 - 4} = 0$, Cette pente montre que le capital de l'entreprise était constant durant la cinquième année et la sixième année.

La pente de $\overleftrightarrow{CD} = \frac{50 - 60}{8 - 6} = -5$, Cette pente montre que le capital de l'entreprise a diminué durant les deux dernières années à raison de 5 mille Livres par an.

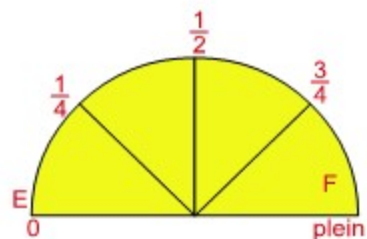
2) Le capital de l'entreprise au démarrage de ses activités = l'ordonnée du point A = 20 mille Livres.

Pour s'entraîner :

La figure ci-contre représente la relation entre la taille d'une personne en centimètres et son âge en années.

1) Trouve la pente de $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$ et $\overleftrightarrow{CD}$. Quelle signification donne-t-on à chaque pente ?

2) Trouve la différence entre la taille de cette personne à l'âge de 20 ans et sa taille à l'âge de 30 ans.

Application (2) :

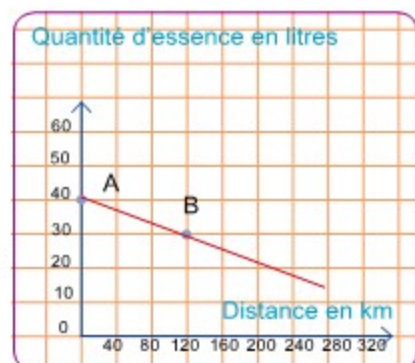
La capacité du réservoir de la voiture de Hazem est de 40 litres. Il a fait le plein avant de faire un voyage. Après 120 km de trajet, l'indicateur montre que le réservoir est au $\frac{3}{4}$ de sa contenance. Représente graphiquement la relation entre la quantité de l'essence restante au réservoir et la distance parcourue (sachant que cette relation est linéaire). Calcule ensuite la distance que la voiture peut parcourir avant que l'essence ne s'épuise.

Solution

Au début : **A(0 , 40)**

distance parcourue — quantité de l'essence

Après avoir parcouru 120 km B = (120 , 30)

La pente de $\overleftrightarrow{AB} = \frac{30 - 40}{120 - 0} = \frac{-1}{12}$

Cette pente signifie que le réservoir diminue aux taux d'un litre tous les 12 km.

La distance parcourue avant que l'essence ne s'épuise = $\dfrac{\text{quantité d'essence}}{\text{taux de consommation}} = \dfrac{40}{\frac{1}{12}}$

$= 40 \times \dfrac{12}{1} = 480$ km.

Remarque que : $\overrightarrow{AB}$ coupe l'axe de la distance au point (480, 0). **L'abscisse de ce point représente la distance demandée.**

Exercices (2 – 2)

1 **Complète pour obtenir des phrases correctes :**

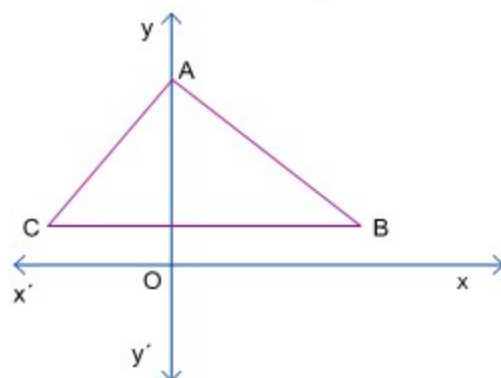
- **A** Si A(1 , 3) et B (2 , 1), alors la pente de $\overleftrightarrow{AB}$ est égale à........
- **B** Si (-1 , 5) vérifie la relation 3 x + k y = 7, alors k = ...
- **C** Toute droite parallèle à l'axe des abscisses a pour pente ....
- **D** La pente d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées ....
- **E** Si A, B et C sont trois points alignés, alors la pente de $\overleftrightarrow{AB}$ = la pente de ....

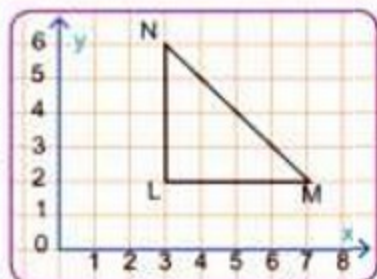
2 Essam possède des billets de banque de 5 Livres chacun et d'autres de 20 Livres chacun. Il achète des articles à 65 Livres. Quelles sont les différentes possibilités de payement ? Trouve la relation entre les nombres de billets des deux sortes, puis représente cette relation graphiquement.

3 Dans un magasin de meuble, le prix d'une table d'ordinateur est 100 Livres et le prix d'une chaise est 50 Livres. En une semaine, le magasin a vendu des tables et des chaises à 500 Livres. Quelles sont les différentes possibilités des nombres d'articles vendus de chaque sorte ? Représente cette relation graphiquement.

4 **Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle. Complète par :**

(positive ou négative ou zéro ou non définie)

- **A** La pente de $\overleftrightarrow{AB}$ est ....
- **B** La pente de $\overleftrightarrow{BC}$ est ....
- **C** La pente de $\overleftrightarrow{AO}$ est ....
- **D** La pente de $\overleftrightarrow{AC}$ est ....

5 **Dans la figure ci-contre**

LMN est un triangle rectangle en L, m ($\angle$M) = 45° . Si L(3 , 2) et M(7 , 2), détermine les coordonnées du point N, puis calcule la pente de $\overleftrightarrow{MN}$.

6 **Chacune des figures suivantes, montre la relation entre la distance D en mètres et le temps T en secondes d'un corps en cours de déplacement. Détermine la position du corps juste avant de se mouvoir et au moment T = 6 secondes, puis trouve la pente de la droite dans chaque cas. Que représente cette pente ?**

Technologie :

1 Fais exécuter le programme EXCEL pour tracer l'axe des x et l'axe des y. Introduis les nombres indiqués dans la figure (1) dans les colonnes A et B.

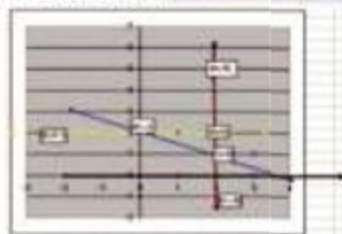
2 Sélectionne les deux colonnes avec la souris, puis dans la liste Insert , choisis « Chart » comme dans la figure (2) puis « xy scatter » comme dans la figure (3), puis « Next », puis « Finish ». Les deux axes apparaissent.

3 Appuis avec la souris sur ▭ dans la liste du dessin qui se trouve en bas de la page EXCEL puis détermine les valeurs des points comme dans la figure (4).

4 Appuis avec la souris sur

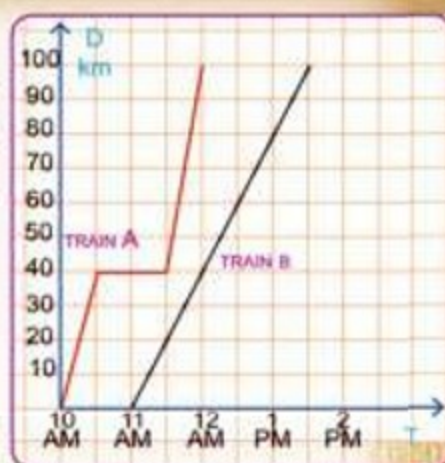
A Trace une droite passant par les deux points (2 , 1) et (0 , 2). La pente de cette droite est $\frac{-1}{2}$. C'est la pente de la droite bleue.

B Trace une droite passant par les deux points (2 , 2) et (-2 , 2). La pente de cette droite est $\frac{2-2}{-2-2} = 0$. C'est la pente de la droite jaune. La droite est parallèle à l'axe des x.

C Trace une droite passant par les deux points (2 , -1) et (2 , 5). La pente de cette droite est $\frac{5-(-1)}{2-2}$ La droite est parallèle à l'axe des y. C'est la droite bleue.

Le portfolio

La figure ci-contre indique la relation entre la distance D (en kilomètres) et le temps T (en heures) pour deux trains A et B entre deux gares.

A l'aide du graphique, trouve :

- **A** la distance entre les deux gares.
- **B** le temps du voyage de chaque train.
- **C** la vitesse moyenne de chaque train.
- **D** Quelle interprétation donnes-tu au segment horizontal dans la représentation du mouvement du train A ?.

○ La vitesse moyenne = $\frac{\text{La distance parcourue}}{\text{Le temps nécessaire pour parcourir cette distance}}$

Epreuve de l'unité

1 Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

A Lesquels des couples suivants vérifient la relation $2x + y = 5$?

((-1 , 3) , (1 , 3) , (3 , 1) , (2 , 2))

B Le tableau ci-contre montre une relation entre x et y. Cette relation est donnée par :

X	3	4	5
Y	10	13	16

($y = x + 7$, $y = x - 7$, $y = 3x + 1$, $y = x + 1$)

C Si A (3 , 5) et B (5 , -1), alors la pente de $\overleftrightarrow{AB}$ = ... ($-\frac{1}{3}$, -3 , 3 , $\frac{1}{3}$)

D La relation $3x + 8y = 24$ est représentée graphiquement par une droite qui coupe l'axe des y au point ((0 , 8) , (8 , 0) , (0 , 3) , (3 , 0))

2 Si A (2 , -1), B (10 , 3) et C (2 , 3), trouve la pente de $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$ et $\overleftrightarrow{AC}$.

Dans un repère, trace le triangle ABC. Quelle est la nature du triangle par rapport à ses angles ?

3 La capacité du réservoir de la voiture de Atef est de 50 litres. Il a fait le plein avant de faire un voyage. Après 100 km de trajet, l'indicateur montre que le réservoir est au $\frac{4}{5}$ de sa contenance. Représente graphiquement la relation entre la quantité de l'essence restante dans le réservoir et la distance parcourue. Calcule ensuite la distance que la voiture peut parcourir avant que l'essence ne s'épuise.

Unité (3)

3

Statistiques

2020 - 2021

صندوق تأمين ضباط الشرطة

Recueil et organisation des données

Réfléchis et discute

A apprendre :

- Comment recueillir des données et les organiser dans des tableaux par intervalles

Nouvelles expressions :

- recueil de données
- organisation des données
- tableaux des données par intervalles

Si tu étudies le phénomène des embouteillages et les moyens d'y remédier :

- Quelles sont tes ressources pour obtenir les données ?
- Comment peux-tu recueillir des données sur ce phénomène ?
- Quelles sont les méthodes statistiques que tu utilises pour analyser ces données ?
- Peux-tu interpréter les résultats obtenus ?
- Quelles sont tes propositions pour remédier à ce phénomène et pour mesurer le flux du trafic ?

Recueil de données

Travail en groupes : Collabore avec tes camarades, pour recueillir les données de leurs ressources en distribuant les tâches :

A **Premier groupe :** recueillir des données sur ce phénomène à l'aide d'un questionnaire dont les questions tournent autour des moyens de transports utilisés – état des routes – moments des embouteillages – présence des panneaux indicatifs – présence de sécurité.

B **Deuxième groupe :** recueillir des données sur ce phénomène à l'aide des informations routières, de l'internet et des ressources média.

C **Troisième groupe :** Observer les routes les plus embouteillées, le comportement des conducteurs des voitures, leurs attitudes vis à vis du respect du code de la route et le degré de respect des piétons, des règles et des lieux de passage.

Organisation et analyse des données

En collaboration avec tes camarades, prépare un tableau de fréquences pour les moyens de transport qu'ils utilisent.

Moyen de transport	Métro	Bus	Voiture	Taxi	Vélo	Marche à pieds	total
fréquence	....	....	....	....	....	....	....

Déterminer le moyen de transport le plus utilisé (le mode).

1. Est-ce que ce moyen de transport est convenable ? Est-ce qu'il aide à remédier au phénomène des embouteillages ? Pourquoi ?
2. Quelles sont tes propositions pour remédier à ce phénomène en tenant compte des résultats que tu as obtenus ?

Organisation des données dans des tableaux par intervalles

Exemple

Le tableau suivant indique les notes obtenues par 30 élèves lors d'un examen :

7	10	7	4	5	8	6	7	13	12
2	9	11	12	11	9	15	12	13	9
5	14	19	3	9	14	3	13	8	17

Conclusion : Dresser un tableau des données par intervalles.

Solution

Pour former un tableau des données par intervalles, on suit les étapes suivantes :

(1) On détermine la plus grande et la plus petite valeur de ces données. Supposons que l'ensemble des données précédent est X.

Dans ce cas $X = \{x : 2 \leqslant x \leqslant 19\}$

Les valeurs de X commencent par 2 et se terminent par 19.

Le domaine = La plus grande valeur – la plus petite valeur = 19 – 2 = 17

(2) On subdivise l'ensemble X en un certain nombre de sous-ensembles d'intervalles égaux. Soient 6 intervalles. $\therefore$ L'intervalle de chaque sous-ensemble = $\frac{17}{6}$ = 3 environ

(3) Les sous-ensembles deviennent comme suit :

Premier groupe	2→
Deuxième groupe	5→

Troisième groupe	8→
Quatrième groupe	11→

et ainsi de suite

Notons que: 2→ signifie l'intervalle des données plus grandes ou égales à 2 et plus petites que 5

(4) Ecrire les données dans le tableau suivant :

Intervalle	Marques	Effectif
2→	////	4
5→	~~////~~ /	6
8→	~~////~~ //	7
11→	~~////~~ ///	8
14→	///	3
17→	//	2
Total		30

(5) Enlever la colonne des marques pour obtenir le tableau par intervalles. Nous pouvons écrire ce tableau verticalement ou horizontalement. La forme horizontale du tableau est la suivante :

Intervalle	2→	5→	8→	11→	14→	17→	total
Effectif	4	6	7	8	3	2	30

Exercices (3 – 1)

1 **Le tableau suivant montre le salaire, hebdomadaire en Livres, de 40 ouvriers d'une usine :**

47	71	36	94	54	64	87	89	62	57
51	61	44	52	70	66	56	32	69	36
79	48	77	90	65	99	96	67	60	55
95	75	81	84	78	38	49	94	48	59

Dresser le tableau des données par intervalles (utiliser les intervalles: 30→, 40→, 50→, ...90→). Quel est l'intervalle qui a le plus d'effectif ? Quel est l'intervalle qui a le moins d'effectif ?

2 **Le tableau suivant indique les notes obtenues par 30 élèves lors d'un examen :**

25	35	40	20	30	37	40	33	22	38
35	36	28	37	39	28	32	26	29	37
23	34	35	36	29	38	40	35	37	31

Conclusion :

A Dresser le tableau des notes par intervalles.

B Trouver le nombre des élèves excellents sachant que la note minimale pour qu'un élève soit considéré comme excellent est 36 points.

3 **Le tableau suivant montre le nombre de jours de congé obtenus par 40 ouvriers durant une année :**

15	30	26	14	28	13	25	14	27	11
24	16	21	16	15	22	21	17	21	29
26	21	15	20	30	24	20	20	15	26
29	30	20	27	22	26	22	28	30	15

Conclusion :

A Dresser le tableau des données par intervalles.

B Trouver le nombre d'ouvriers ayant obtenu plus de 20 jours de congé par an.

Tableau des effectifs cumulés croissants, tableau des effectifs cumulés décroissants et leurs représentations graphiques

Réfléchis et discute

A apprendre

- Comment dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants.
- Représentation graphique de tableaux des effectifs cumulés croissants et décroissants.

Nouvelles expressions :

- distribution par intervalles
- tableau par intervalles
- tableau des effectifs cumulés croissants
- tableau des effectifs cumulés décroissants
- courbe des effectifs cumulés croissants
- courbe des effectifs cumulés décroissants

(1) Tableau des effectifs cumulés croissants et sa représentation graphique :

Exemple

Le tableau par intervalles suivant, montre les tailles en centimètres de 100 élèves d'une école :

(Intervalles) Taille en cm	115→	120→	125→	130→	135→	140→	145→	Total
(Effectif) Nombre d'élèves	8	12	19	23	18	13	7	100

1. Quel est le nombre d'élèves ayant une taille inférieure à 115 cm ?
2. Quel est le nombre d'élèves ayant une taille inférieure à 135 cm ?
3. Quel est le nombre d'élèves ayant une taille inférieure à 145 cm ?

Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants de ces données, puis représenter-le graphiquement .

Solution

*Existe-t-il des élèves ayant une taille inférieure à 115 cm ? **Non**

*Existe-t-il des élèves ayant une taille inférieure à 135 cm ? **Oui. 62 élèves**

*Comment peut-on trouver le nombre d'élèves ayant une taille inférieure à 145 cm ? **On additionne les nombres d'élèves dans les intervalles où la taille est inférieure à 145.**

Pour répondre aux questions précédentes d'une manière plus simple, on dresse le tableau des effectifs cumulés croissants comme suit :

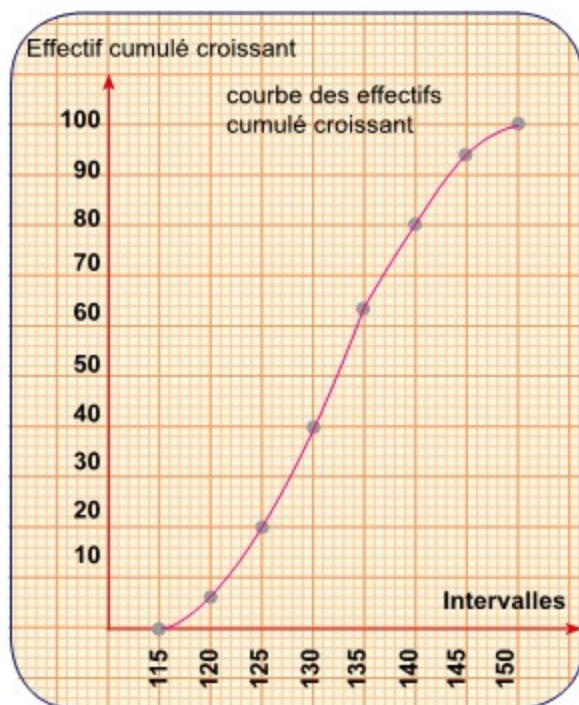
Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 115	0
inférieure à 120	0 + 8 = 8
inférieure à 125	8 + 12 = 20
inférieure à 130	20 + 19 = 39
inférieure à 135	39 + 23 = 62
inférieure à 140	62 + 18 = 80
inférieure à 145	80 + 13 = 93
inférieure à 150	93 + 7 = 100

Donc

Tableau des effectifs cumulés croissants

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 115	0
inférieure à 120	8
inférieure à 125	20
inférieure à 130	39
inférieure à 135	62
inférieure à 140	80
inférieure à 145	93
inférieure à 150	100

Pour représenter le tableau des effectifs cumulés croissants graphiquement :

1. On désigne l'axe horizontal pour les intervalles et l'axe vertical pour les effectifs cumulés croissants.
2. Pour chaque axe, on choisit une échelle permettant de représenter toutes les données.
3. On représente l'effectif cumulé croissant correspondant à chaque intervalle puis on trace la courbe en joignant les points successifs.

(2) Tableau des effectifs cumulés décroissants et sa représentation graphique :

Du tableau par intervalles précédent, montrant les tailles en centimètres de 100 élèves d'une école :

Trouver : le nombre d'élèves ayant une taille de 150 cm ou plus.
le nombre d'élèves ayant une taille de 140 cm ou plus.
le nombre d'élèves ayant une taille de 125 cm ou plus.

Dresser le tableau des effectifs cumulés décroissants de ces données puis représenter-le graphiquement .

Solution

Il n'y a aucun élève ayant une taille de 150 cm ou plus.

Le nombre d'élèves ayant une taille de 140 cm ou plus = 7 + 13 = 20

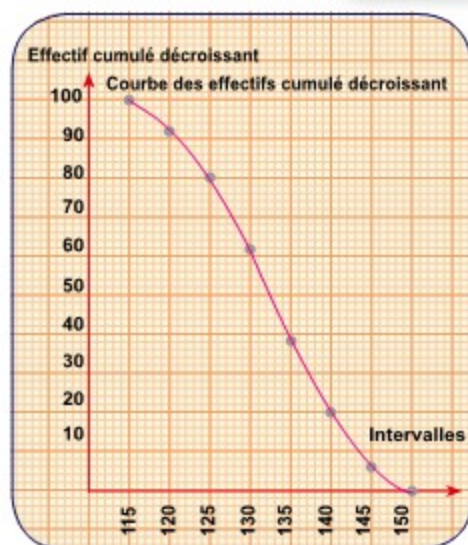
Le nombre d'élèves ayant une taille de 125 cm ou plus =

19 + ... + ... + ... + ... = ...

Pour répondre aux questions précédentes d'une manière plus simple, on dresse le tableau des effectifs cumulés décroissants comme suit :

Tableau des effectifs cumulés croissants	
Bornes inférieures des intervalles	**Effectif cumulé décroissant**
115 ou plus	100
120 ou plus	92
125 ou plus	80
130 ou plus	61
135 ou plus	38
140 ou plus	20
145 ou plus	7
150 ou plus	0

Bornes inférieures des intervalles	Effectif cumulé décroissant
115 ou plus	92 + 8 = 100
120 ou plus	80 + 12 = 92
125 ou plus	61 + 19 = 80
130 ou plus	38 + 23 = 61
135 ou plus	20 + 18 = 38
140 ou plus	7 + 13 = 20
145 ou plus	0 + 7 = 7
150 ou plus	0

Pour représenter ce tableau graphiquement, suivre les démarches utilisées pour représenter le tableau des effectifs cumulés croissants comme suit :

Exercices (3 – 2)

1 **Le tableau suivant indique les notes obtenues par 100 élèves lors d'un examen expérimental de mathématiques :**

Intervalle	0→	10→	20→	30→	40→	50→	Total
Effectif	8	14	15	28	23	12	100

Conclusion :

- **A** Dresser les tableaux des effectifs cumulés croissants et décroissants.
- **B** Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants et celle des effectifs cumulés décroissants.
- **C** A partir du graphique, trouver le nombre d'élèves ayant une note inférieure à 40 points et le nombre d'élèves ayant 40 points ou plus.
- **D** Calculer le pourcentage de réussite dans la classe sachant que la note minimale pour réussir est 20 points.
- **E** Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note supérieure à 45 points ?

2 **Le tableau suivant indique la distribution des notes obtenues par 50 élèves lors d'une épreuve :**

Intervalle	2→	6→	10→	14→	18→	22→	26→	Total
Effectif	3	5	9	10	12	7	4	50

Conclusion :

Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants pour cette distribution.

3 **Le tableau suivant montre la distribution des salaires quotidiens d'un groupe d'ouvriers :**

Intervalle	5→	10→	15→	20→	25→	30→	Total
Effectif	10	14	24	30	12	10	**100**

Tracer la courbe des effectifs cumulés décroissants pour cette distribution.

4 **Le tableau suivant montre la distribution des âges de 50 ouvriers d'une usine :**

Intervalle	20→	25→	30→	35→	40→	45→	50→	Total
Effectif	5	8	9	13	....	5	3	**50**

Conclusion :

A Compléter le tableau.

B Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants pour cette distribution.

C A partir du graphique, trouver :

1) le nombre d'ouvriers ayant un âge supérieur à 32 ans.

2) le nombre d'ouvriers ayant un âge inférieur à 43 ans.

5 **Le tableau suivant indique la distribution des notes obtenues par 1000 élèves dans l'une des matières :**

Intervalle	20→	30→	40→	50→	60→	70→	80→	90→	Total
Effectif	30	70	160	260	150	130	110	90	**1000**

Conclusion :

A Tracer les courbes des effectifs cumulés croissants et décroissants pour cette distribution.

B Trouver le nombre d'élèves ayant une note inférieure à 75 points.

C Trouver le nombre d'élèves ayant une note supérieure à 85 points.

La Moyenne arithmétique – La médiane et Le mode

Réfléchis et discute

(1) Moyenne arithmétique :
Nous avons déjà étudié la moyenne arithmétique de plusieurs nombres :

$$\text{Moyenne arithmétique} = \frac{\text{Somme des nombres donnés}}{\text{le nombre de nombres donnés}}$$

Par exemple, si les âges de 5 élèves sont 13 ,15 ,16 ,14 et 17ans, alors :

Moyenne arithmétique de leurs âges $= \frac{13 + 15 + 16 + 14 + 17}{5}$

$= \frac{75}{5} = 15$ ans

Notons que : $15 \times 5 = 13 + 15 + 16 + 14 + 17$

La moyenne arithmétique : C'es la valeur la plus simple et la plus utilisée. Si on remplace chaque nombre donné par cette valeur, la somme des valeurs obtenues sera égale à la somme des nombres donnés.

A apprendre :
- Comment calculer la moyenne arithmétique à partir d'un tableau de données par intervalles.
- Comment calculer la médiane à partir d'un tableau de données par intervalles.
- Comment calculer le mode médiane à partir d'un tableau de données par intervalles.

Nouvelles expressions :
- moyenne arithmétique
- tableau par intervalles
- médiane
- mode

Calcul de la moyenne arithmétique d'un tableau de données par intervalles :

Comment calculer la moyenne arithmétique de la distribution suivante :

Intervalle	10 →	20 →	30 →	40 →	50 →	Total
Effectif	10	20	25	30	15	100

Notons que : Pour calculer la moyenne arithmétique d'une distribution de données par intervalles, on suit les étapes suivantes :

1 Déterminer le centre de chaque intervalle :

Le centre du premier intervalle = $\frac{20 + 10}{2}$ = 15. Le centre du deuxième intervalle = $\frac{30 + 20}{2}$ = 25 ... et ainsi de suite.

Comme les intervalles des sous-ensembles sont égaux et chaque intervalle est égal à 10, on considère que la borne supérieure du dernier intervalle est 60. Par conséquent,

$$\text{le centre du dernier intervalle} = \frac{50 + 60}{2} = 55$$

2 On dresse le tableau suivant :

Intervalle	Centre de l'intervalle C	Effectif E	Centre de l'intervalle × Effectif C × E
10 →	15	10	150
20 →	25	20	500
30 →	35	25	875
40 →	45	30	1350
50 →	55	15	825
Total		**100**	**3700**

3 Moyenne arithmétique $= \frac{\text{Somme de } (C \times E)}{\text{Somme de } E}$

$$= \frac{3700}{100} = 37$$

Pour s'entraîner :

1. Si la moyenne arithmétique des notes d'un élève dans les cinq premiers mois est 23,8, quelle note doit-il obtenir au sixième mois pour que la moyenne arithmétique de ses notes pendant les six mois soit 24 points ?

2. Le tableau suivant indique la distribution des poids de 30 enfants en kilogrammes :

Poids en kg	6→	10→	14→	18→	22→	26→	30→	Total
Effectif	2	3	....	8	6	4	2	30

Compléter le tableau, puis calculer la moyenne arithmétique de la distribution.

(2) Médiane :

La médiane d'une série de données est la valeur qui se trouve au centre de ces données après les avoir ordonnées dans l'ordre croissant ou décroissant. Elle partage les données de telle sorte que le nombre de données qui lui sont plus grandes soit égal au nombre de données qui lui sont plus petites.

Calcul de la médiane d'une distribution de données par intervalles :

1. On dresse le tableau des effectifs cumulés croissants ou décroissants puis on trace la courbe des effectifs qui lui correspond :
2. **On détermine l'ordre de la médiane =** $\frac{\text{Somme des effectifs}}{2}$
3. On détermine le point A sur l'axe vertical (axe des effectifs) qui représente l'ordre de la médiane.
4. On trace la droite horizontale passant par A qui coupe la courbe en un point. De ce point, on trace une perpendiculaire à l'axe horizontale qui la coupe au point qui représente la médiane.

Exemple (1)

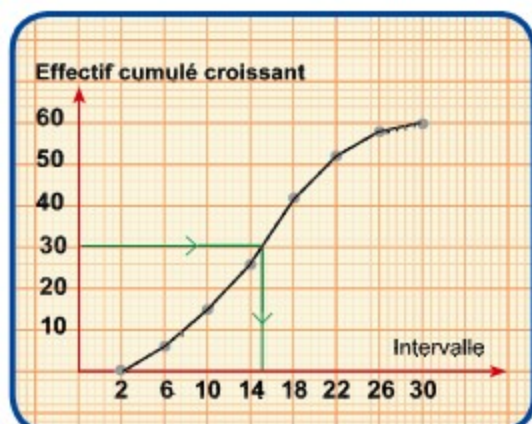
Le tableau suivant indique la distribution des notes de 60 étudiants à un examen :

Intervalle	2→	6→	10→	14→	18→	22→	26→	Total
Effectif	6	9	12	15	10	5	3	60

Trouver la médiane de la distribution en utilisant le tableau des effectifs cumulés croissants.

Solution

1. On dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
2. On calcule l'ordre de la médiane = $\frac{60}{2} = 30$
3. On trace la courbe des effectifs cumulés croissants.

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 2	0
inférieure à 6	6
inférieure à 10	15
inférieure à 14	27
inférieure à 18	42
inférieure à 22	52
inférieure à 26	57
inférieure à 30	60

A partir du graphique, la médiane ≃ 14,8 points

Réfléchis : Peut-on trouver la médiane de la distribution en utilisant le tableau des effectifs cumulés décroissants ?
La valeur de la médiane diffère-t-elle de ce cas ?

Exemple (2)

Le tableau suivant montre la distribution des salaires quotidiens de 100 ouvriers d'une usine :

Salaire en LE (Intervalle)	15→	20→	25→	30→	35→	40→	Total
Nombre d'ouvriers (Effectif)	10	15	22	25	20	8	100

Conclusion :

1. Sur un même graphique, tracer les deux courbes des effectifs cumulés croissants et décroissants de la distribution.
2. Du graphique, peut-on trouver le salaire médian ?

Solution

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 15	0
inférieure à 20	10
inférieure à 25	25
inférieure à 30	47
inférieure à 35	72
inférieure à 40	92
inférieure à 45	100

Bornes inférieures des intervalles	Effectif cumulé décroissant
15 ou plus	100
15 ou plus	90
15 ou plus	75
15 ou plus	53
15 ou plus	28
15 ou plus	8
15 ou plus	0

Remarque que :

La courbe des effectifs cumulés croissants coupe la courbe des effectifs cumulés décroissants en un seul point M.

L'ordonnée du point M $= \frac{100}{2} = 50 =$ le rang de la médiane

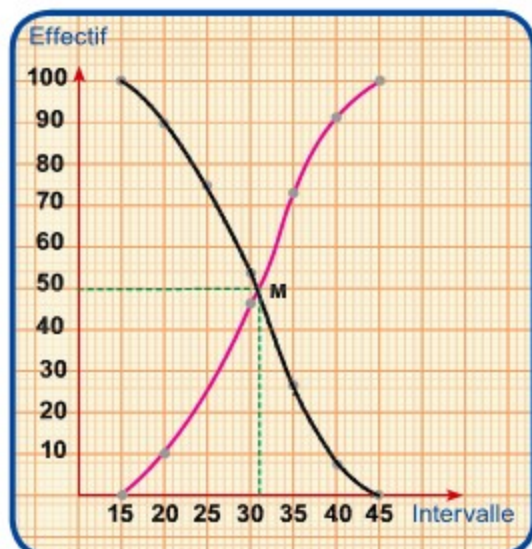
∴ **L'abscisse du point M détermine la médiane.**

Chaque 10 mm de l'axe des intervalles représentent 5 Livres.

Compléter : 2 mm représentent ....

Le salaire médian $= 30 + \frac{2 \times 5}{10} = 31$ Livres

Pour s'entraîner

Tracer la courbe des effectifs cumulés décroissants de la distribution suivante, puis trouver la valeur de la médiane :

Intervalle	5 →	10 →	15 →	20 →	25 →	30 →	total
Effectif	4	6	10	17	10	3	50

(3) Mode :

Le mode est la valeur la plus fréquente dans un ensemble de données. Donc, c'est la valeur la plus répétée.

Exemple

Le tableau suivant indique la distribution des notes de 40 élèves dans l'une des épreuves :

Intervalle	2→	6→	10→	14→	18→	22→	26→
Effectif	3	5	8	10	7	5	2

Trouver graphiquement le mode de cette distribution.

Solution

Nous pouvons trouver le mode de la distribution à l'aide d'un histogramme comme suit :

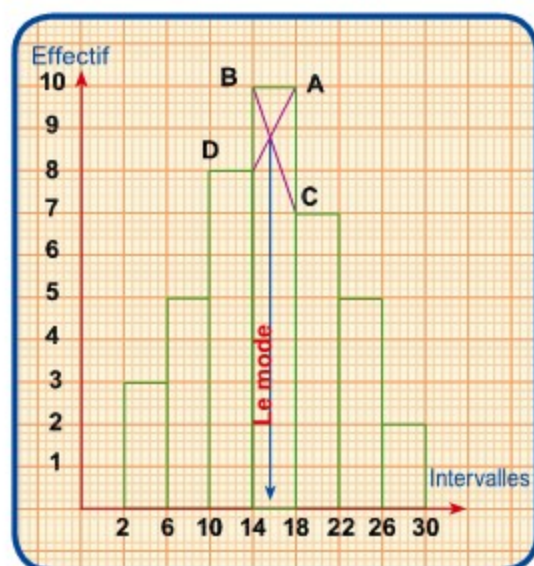
[I] Tracer l'histogramme :

1. On trace deux axes perpendiculaires, l'un horizontal pour représenter les intervalles et l'autre vertical pour représenter les effectifs.

2. Pour chaque axe, on choisit une échelle permettant de représenter toutes les données.
3. On trace un rectangle dont la base est l'intervalle (2→) et la hauteur est l'effectif (3).
4. On trace un autre rectangle dont la base est l'intervalle (6→) et la hauteur est l'effectif (5).
5. De la même manière, on trace les rectangles dont les bases correspondent aux intervalles du tableau jusqu' à l'intervalle (26 →).

[II] Trouver le mode, à l'aide de l'histogramme : Pour trouver le mode, à l'aide de l'histogramme, on remarque que :

L'ensemble le plus répété est l'intervalle (14 →).
Cet ensemble est appelé l'ensemble modal.
Pourquoi ?

Dans le graphique, on détermine le point d'intersection de $\overline{AD}$ et $\overline{BC}$. Du point obtenu, on trace la perpendiculaire à l'axe des intervalles. Le point d'intersection de la perpendiculaire avec l'axe détermine la valeur du mode.
Du graphique, trouver la valeur du mode.

Exercices (5 – 3)

1 **Le tableau suivant montre la distribution des nombres de jours de congés de 50 ouvriers d'une usine :**

Intervalle	2→	6→	10→	14→	18→	22→	26→
Effectif	4	5	8	K-2	7	5	1

Trouver

A la valeur de k.

B la moyenne arithmétique de la distribution.

2 **Le tableau suivant montre la distribution des tailles de 120 élèves, en centimètres :**

Taille en cm	140→	144→	148→	152→	156→	160→	total
Effectif	12	20	38	22	17	11	120

Trouver la moyenne arithmétique de la distribution.

3 Le tableau suivant montre la distribution des salaires de quelques ouvriers d'une usine :

Intervalle des salaires	300→	400→	500→	600→	700→	total
Nombre d'ouvriers	8	12	18	7	5	50

Tracer la courbe des effectifs cumulés décroissants pour cette distribution, puis trouver la médiane.

4 **Le tableau suivant montre une distribution à intervalles de domaines égaux :**

Intervalle	10→	20→	30→	40→	x →	60→	total
Effectif	12	15	25	27	k + 4	4	100

A Trouver la valeur de **x** et de **k**.

B Dans un même graphique, tracer les courbes des effectifs cumulés croissants et décroissants de la distribution, puis calculer la médiane.

5 **Le tableau suivant montre la distribution des poids de 50 élèves d'une école, en kilogrammes :**

Poids en kg	30→	35→	40→	45→	50→	55→	total
Nombre d'élèves	k + 4	3k	4k	3k + 1	3k - 1	k + 1	50

Trouver

A Trouver la valeur de k.

B Tracer un histogramme de la distribution, puis trouver le poids modal.

6 **Le tableau suivant montre la distribution des tailles de 200 élèves d'une école :**

Taille en cm	110→	115→	120→	125→	130→	135→	140→	total
Nombre d'élèves	10	12	28	35	60	40	40	200

Tracer un histogramme de la distribution, puis trouver la taille modale.

Exercices généraux

1 **Le tableau suivant donne la distribution des notes de 50 élèves dans une épreuve :**

Intervalle	2 →	6 →	10 →	14→	18→	22→	26→	total
Effectif	3	5	9	10	12	7	4	50

Trouver a) la moyenne arithmétique des note.
b) la médiane.

2 **Le tableau suivant montre une distribution à intervalles de domaines égaux :**

Intervalle	10→	20→	x→	40→	50→	60→	total
Effectif	10	17	20	32	K + 2	4	100

a) Trouver la valeur de x et de k.

b) Dans un même graphique, tracer les courbes des effectifs cumulés croissants et décroissants de la distribution, puis calculer la médiane.

3 **Trouver** le mode de la distribution suivante, qui montre les notes de 40 élèves dans l'une des épreuves :

Intervalle	30→	40→	50→	60→	70→	80→	total
Effectif	3	4	12	8	7	6	40

4 **Le tableau suivant montre une distribution à intervalles de domaines égaux des salaires hebdomadaires de 100 ouvriers d'une usine :**

Salaire en L.E.	70→	80→	90→	100→	x→	120→	130→
Nombre d'ouvriers	10	13	f - 4	20	16	14	11

Trouver A Trouver la valeur de x et de f

B le salaire modal en Livres.

Le Portfolio

Le tableau suivant donne la distribution des poids de 50 élèves d'une école, en kilogrammes :

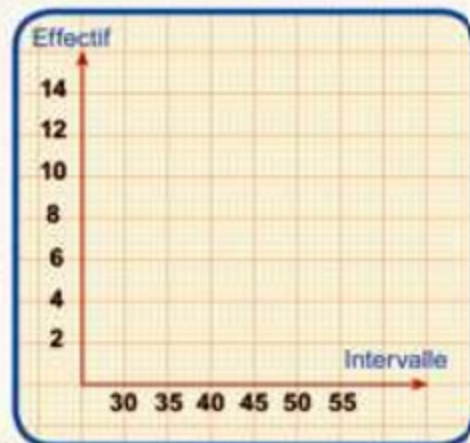
Poids en kg	30 →	35 →	40 →	45 →	50 →	55 →	total
Nombre d'élèves	7	3 k	4k	10	8	4	50

a) Trouver la valeur de k.

b) Calculer la moyenne arithmétique.

c) Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants.

d) Tracer un histogramme de la distribution, puis trouver le poids modal.

e) Trouver la médiane.

Épreuve de l'unité

1 Compléter pour obtenir une phrase correcte :

A. Si la borne inférieure d'un intervalle est 8 et la borne supérieure de l'intervalle est 14, alors le centre de l'intervalle est ....

B. Si la borne inférieure d'un intervalle est 4 et le centre de l'intervalle est 9, alors la borne supérieure de l'intervalle est ....

C. Le point d'intersection des deux courbes d'effectifs cumulé croissant et décroissant détermine .... sur l'axe des intervalles.

D. Si la moyenne arithmétique d'une distribution par intervalles est 39,4 et l'effectif total est 100, alors la somme des produits de chaque effectif par le centre de son intervalle est ....

2 **Le tableau suivant donne la distribution des poids de 20 enfants en kilogrammes :**

Intervalle	5 →	15 →	25 →	35 →	45 →	total
Effectif	3	4	7	4	2	20

Trouver le poids médian en kilogrammes à l'aide des deux courbes d'effectifs cumulés croissants et décroissants de la distribution.

3 **Le tableau suivant donne la distribution des incitations hebdomadaires de 100 ouvriers d'une usine :**

Incitations en L.E.	20 →	30 →	40 →	50 →	60 →	70→
Nombre d'ouvriers	10	K	22	26	20	8

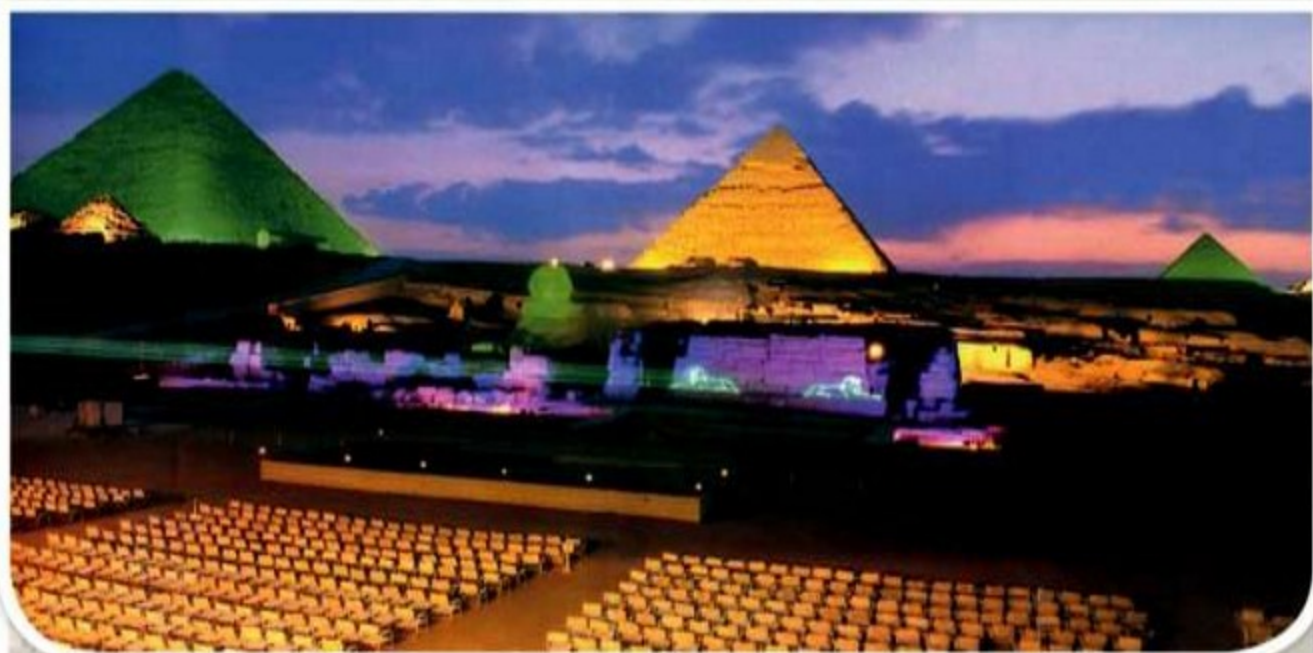
A. Trouver la valeur de K.

B. Calculer la moyenne arithmétique de la distribution.

C. Trouver la valeur modale de l'incitation hebdomadaire en utilisant un histogramme.

Unité (4)

4

Géométrie

2020 - 2021

les Médianes d'un triangle

Réfléchis et discute

A apprendre

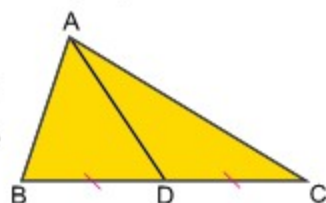
- Les médianes d'un triangle.
- Le triangle rectangle ayant un angle mesure 30°.

Nouvelles expressions

- médianes d'un triangle
- Le triangle rectangle ayant un angle mesure 30°.

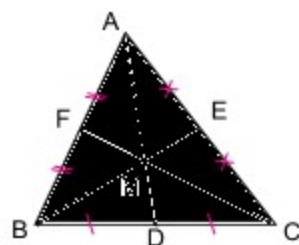
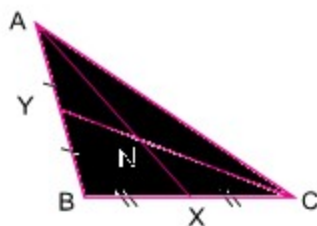
Une médiane d'un triangle est un segment qui joint un sommet au milieu du côté opposé.

Dans le triangle ABC , puisque D est le milieu de $\overline{BC}$, donc $\overline{AD}$ est une médiane du triangle ABC.

A B D C

- Quel est le nombre de médianes d'un triangle ?
- Tracer les médianes de chacun des triangles suivants :

Théorème 1

Les médianes d'un triangle se coupent en un seul point.

Dans le triangle ABC, si D est le milieu de $\overline{BC}$, E est le milieu de $\overline{AC}$, et F est le milieu de $\overline{AB}$, alors les médianes $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ et $\overline{CF}$ se coupent en un seul point.

Dans la figure ci-contre : ABC est un triangle tel que X est le milieu de $\overline{BC}$, Y est le milieu de $\overline{AB}$, et $\overline{AX} \cap \overline{CY} = \{N\}$.

❶ Tracer $\overrightarrow{BN}$ qui coupe $\overline{AC}$ en Z, Mesurer les longueurs de $\overline{AZ}$ et $\overline{CZ}$

Est-ce que AZ = CZ ? Expliquer la réponse.

❷ Mesurer puis compléter :

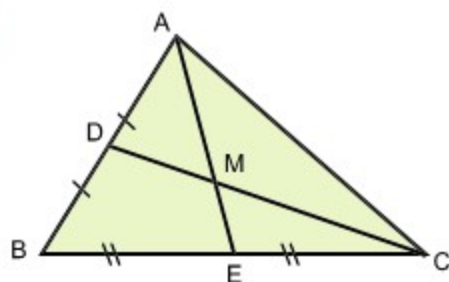
$$\frac{NX}{NA} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}, \quad \frac{NY}{NC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{NZ}{NB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

- Si les mesures sont précises, on trouvera que $\frac{NX}{NA} = \frac{1}{2}$, $\frac{NY}{NC} = \frac{1}{2}$, $\frac{NZ}{NB} = \frac{1}{2}$

Théorème 2

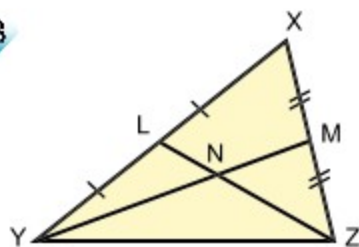
Le point de concours des médianes d'un triangle partage chaque médiane dans le rapport 1 : 2 à partir de la base.

Pour s'entraîner

Compléter

ME = 3cm, MC = 8cm

MA = ..., MD = ...

ME = ... AE, MC = ... CD

B

LZ = 15cm, YM = 18cm, XY = 20cm

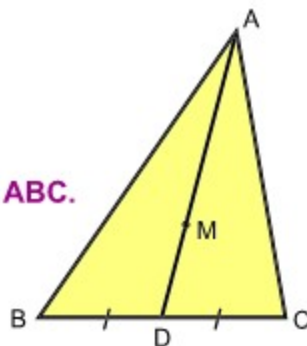
NL = ..., NY = ...,

Le périmètre du triangle ∆ NLY= ....,

Corollaire :

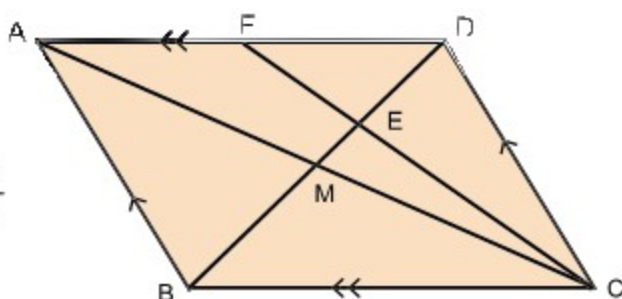
$\overline{AD}$ est une médiane du triangle ∆ ABC, M ∈ $\overline{AD}$.

Si AM = 2 MD,

alors **M est le point de concours des médianes du triangle ABC.**

Exemple (1)

Dans la figure ci-contre : ABCD est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en M, E ∈ $\overline{DM}$ tel que DE = 2 EM.

On trace $\overrightarrow{CE}$ qui coupe $\overline{AD}$ en F.

Démontrer que : AF = FD

Démonstration : Dans le parallélogramme ABCD,

∵ $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$

∴ M est le milieu de $\overline{AC}$

∵ M est le milieu de $\overline{AC}$ dans le triangle DAC,

∴ $\overline{DM}$ est une médiane du triangle.

∵ E ∈ $\overline{DM}$, DE = 2 EM

∴ E est le point du concours des médianes du triangle.

∵ E ∈ $\overline{CF}$

∴ $\overline{CF}$ est une médiane du triangle et F est le milieu de $\overline{AD}$.

Théorème 3

La longueur de la médiane issue de l'angle droit dans un triangle rectangle est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

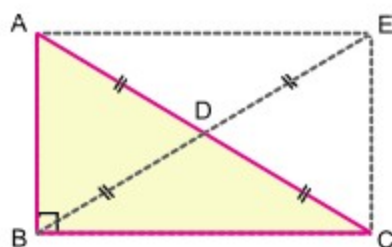
Hypothèses: ABC est un triangle tel que m (∠ B) = 90°,

$\overline{BD}$ est une médiane du triangle ABC.

Conclusion : Démontrer que : BD = $\frac{1}{2}$ AC.

Construction : On trace $\overrightarrow{BD}$, puis on détermine un point E ∈ $\overrightarrow{BD}$ tel que BD = DE.

Démonstration :

∵ $\overline{AC}$ et $\overline{BE}$ se coupent en leur milieu dans la figure ABCE,

∴ la figure ABCE est un parallélogramme.

∵ m (∠ B) = 90° ∴ la figure ABCE est un rectangle.

∴ BE = AC

∵ $BD = \frac{1}{2} BE$ ∴ $BD = \frac{1}{2} AC$ Ce qu'il fallait démontrer.

Réciproque du théorème 3

Si la longueur d'une médiane d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du côté correspondant, alors l'angle opposé à ce côté est droit.

Hypothèses : $\overline{BD}$ est une médiane du triangle ABC, BD = DA = DC

Conclusion : Démontrer que : m (∠ ABC) = 90°.

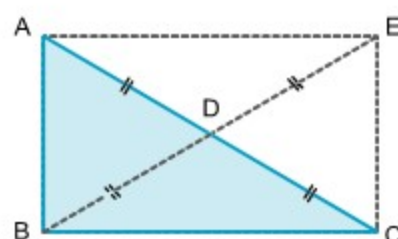
Construction : On trace $\overrightarrow{BD}$, puis on détermine un point E ∈ BD tel que BD = DE

Démonstration : ∵ $BD = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} AC$

∴ BE = AC.

$\overline{AC}$ et $\overline{BE}$ sont de même longueur et se coupent en leur milieu dans la figure ABCE.

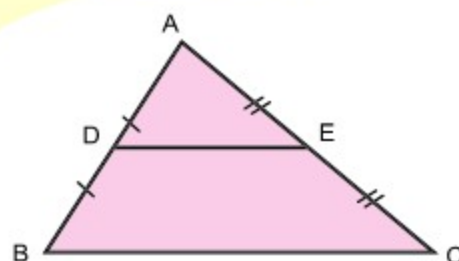
∴ la figure ABCE est un rectangle.

∴ m (∠ ABC) = 90° Ce qu'il fallait démontrer.

Corollaire

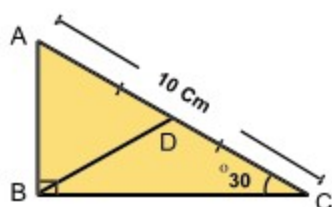
Dans un triangle rectangle ayant un angle de mesure 30°, la longueur du côté opposé à cet angle est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Rappelez-vous que :

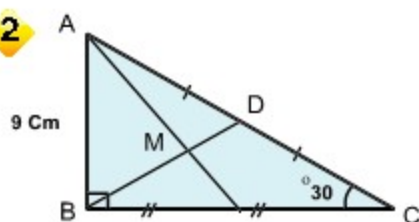
Dans le triangle ABC, si D est le milieu de $\overline{AB}$ et E est le milieu de $\overline{AC}$, alors :

1. $DE = \frac{1}{2} BC$
2. $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

Exercices (4-1)

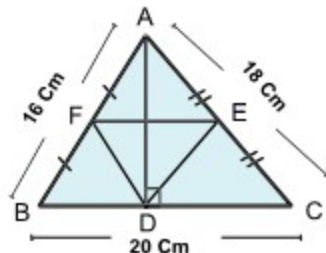
Compléter :

1

BD = ... cm, AB = ... cm

Le périmètre du △ ABD = ... cm

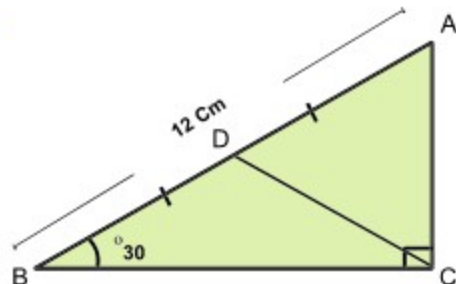
2

AC = ... cm, BD = ... cm

MD = ... BD, MD = ... cm

3

DF = ... cm, DE = ... cm,

FE = ... cm

Le périmètre du △ DEF = ... cm

4

AC = ... cm, AD = ... cm

BC = ... cm, CD = ... cm

5 **Dans la figure ci-contre :**

ABC est un triangle, X est le milieu de $\overline{AB}$,

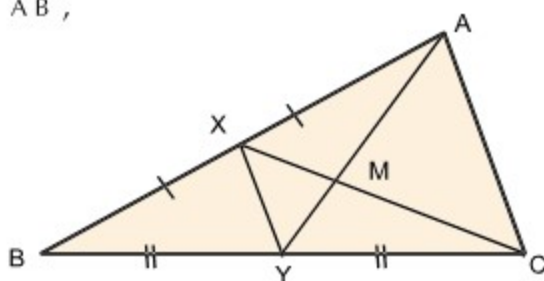
Y est le milieu de $\overline{BC}$, XY = 5 cm et

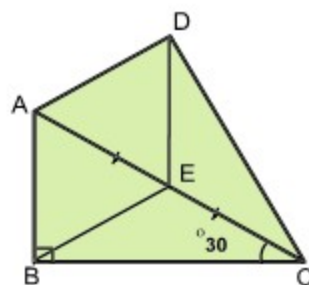
$\overline{XC} \cap \overline{AY} = \{M\}$

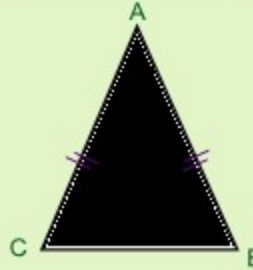
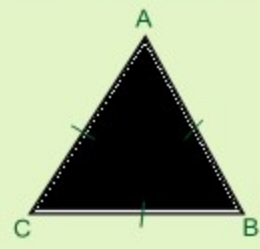
Si CM = 8 cm, YM = 3 cm,

trouver

(1) le périmètre du triangle MXY.

(2) le périmètre du triangle MAC.

6 **ABC est un triangle, D est le milieu de $\overline{BC}$, M ∈ $\overline{AD}$ tel que AM = 2 MD.**
On trace $\overrightarrow{CM}$ qui coupe $\overline{AB}$ en **E**.
Si EC = 12 cm,
trouver la longueur de $\overline{EM}$.

7 **Dans la figure ci-contre :**
ABC est un triangle rectangle en B,
m (∠ ACB) = 30°.
AB = 5 cm, E est le milieu de $\overline{AC}$.
Si DE = 5 cm, démontrer que m (∠ ADC) = 90°.

Triangle isocèle

Réfléchis et discute

A apprendre

- Propriétés d'un triangle isocèle.
- Classification de triangles.

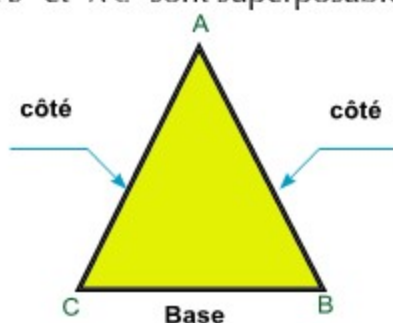
Nouvelles expressions :

- triangle isocèle
- triangle équilatéral
- triangle quelconque

Nous savons qu'il y a trois types de triangles selon les longueurs de leurs côtés :

Triangle quelconque	Triangle isocèle (deux côtés superposables)	Triangle équilatéral (trois côtés superposables)
A, B, C AB ≠ BC AB ≠ AC BC ≠ AC	A, B, C AB = AC	A, B, C AB = AC = BC

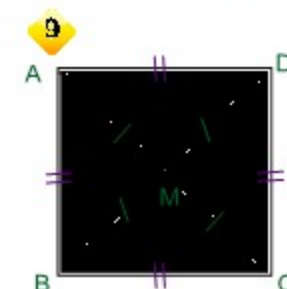
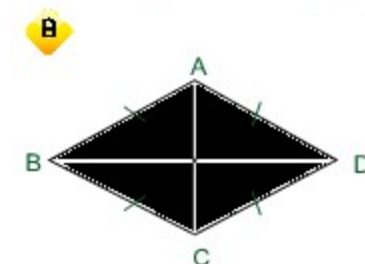
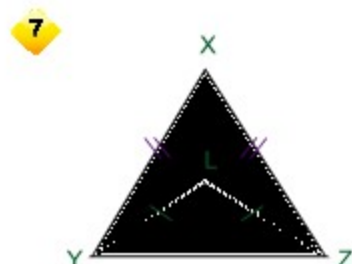
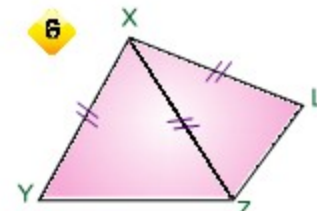
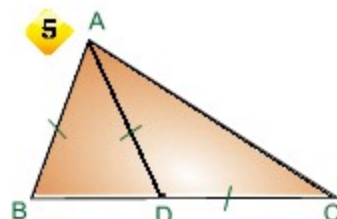
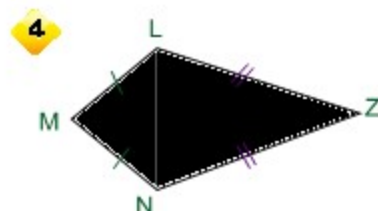
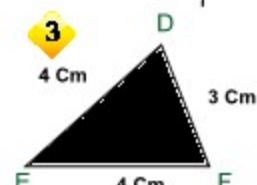
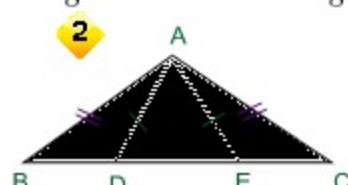
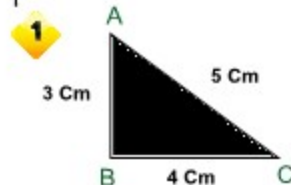
Dans la figure ci-dessous :

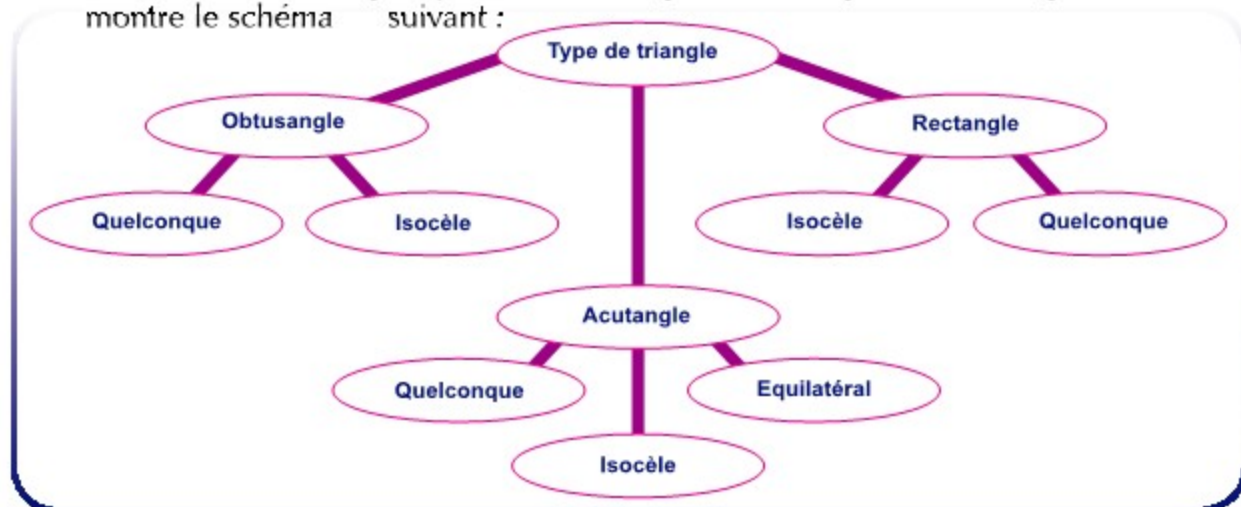
Observe que : les deux côtés $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ sont superposables (de même longueur). Pour cela, le triangle est appelé isocèle. Le point A est appelé le sommet du triangle. $\overline{BC}$ est la base du triangle et les deux angles B et C sont appelés les deux angles de la base.

Propriétés d'un triangle isocèle :

Dans un triangle isocèle

- Quelle est la nature de chacun des deux angles de la base ? (aigu – obtus – droit)
- Quel est la nature de l'angle au sommet ?

Pour s'entraîner

Dans chacune des figures suivantes, citer les triangles isocèles en déterminant leurs bases, puis observer la nature des deux angles à la base et l'angle au sommet de chaque triangle :

Notons que :

1. Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont aigus.
2. L'angle au sommet d'un triangle isocèle peut être aigu, droit ou obtus. Un triangle isocèle, selon ses angles, peut être acutangle ou rectangle ou obtusangle comme le montre le schéma suivant :

les Théorèmes liés au triangle isocèle

Réfléchis et discute

A apprendre

- La relation entre les deux angles à la base d'un triangle isocèle.
- La relation entre les mesures des angles d'un triangle équilatéral.
- La relation entre les côtés opposés à deux angles de même mesure dans un triangle.
- Si les trois angles d'un triangle sont superposables, alors c'est un triangle équilatéral.

Nouvelles expressions

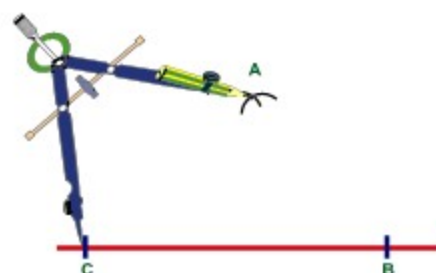
- triangle isocèle
- les deux angles à la base

Y a-t-il une relation entre les deux angles à la base d'un triangle isocèle ?

Pour répondre, fait l'activité suivante :

 activité

En utilisant le compas

1. Tracer plusieurs triangles isocèles comme le montre la figure ci-contre où AB = AC.
2. **Trouver**, à l'aide d'un rapporteur, les mesures des deux angles à la base ∠ ABC et ∠ ACB.
3. Noter les mesures obtenues dans le tableau suivant, puis comparer les mesures des deux angles dans chaque triangle :

Triangle	m (∠ ABC)	m (∠ ACB)
1		
2		
3		

4. Garde cette activités dans ton portfolio.

Théorème 1

Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont superposables.

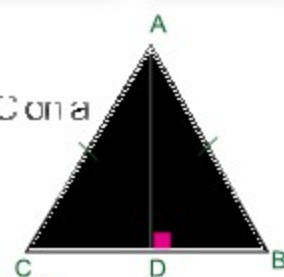
Hypothèses : ABC est un triangle tel que $\overline{AB} = \overline{AC}$

Conclusion : ∠ B = ∠ C

Construction : On trace $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

Démonstration : Dans les deux triangles rectangles ADB et ADC on a

$$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{AC} & \text{(hypothèse)} \\ \overline{AD} & \text{(côté commun)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \equiv \triangle ADC$ (l'hypoténuse et un côté)

De la superposition des deux triangles, on a

$\angle B = \angle C$ Ce qu'il fallait démontrer.

Pour s'entraîner

1 **Dans chacune des figures suivantes, trouver la valeur de la lettre exprimant la mesure de l'angle :**

A

x = ...

B

y = ...

C

n = ... e = ...

D

x = ... , y = ... , l = ...

E

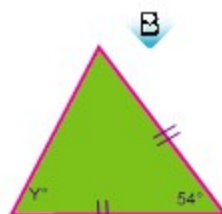
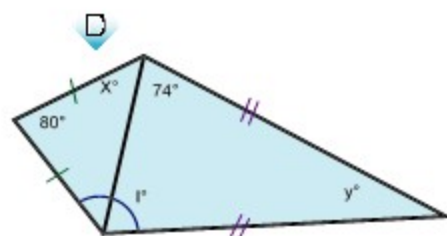
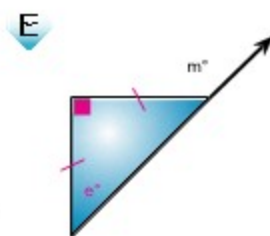
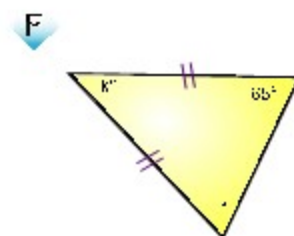
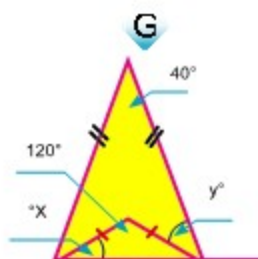
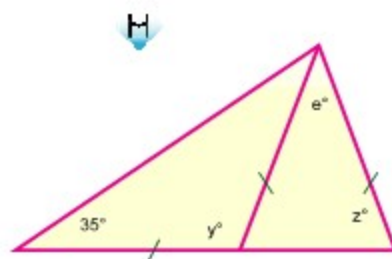
e = ... , m = ...

F

l = ... , k = ...

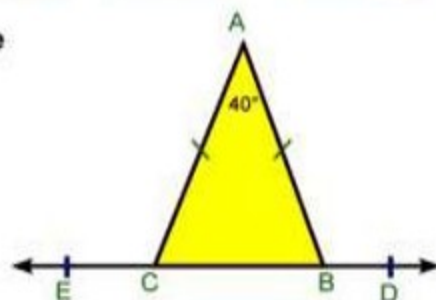
G

x = ... , y = ...

H

y = ... , e = ... , z = ...

2 **Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle tel que**

AB = AC ,

m (∠ A) = 40°, D ∈ $\overrightarrow{CB}$, E ∈ $\overrightarrow{BC}$.

a) **Trouver** m (∠ ABC)

b) **Démontrer que** ∠ ABD ≡ ∠ ACE

Pour réfléchir : Est-ce que les suppléments de deux angles de mesures égales sont de même mesure ?

Corollaire

> **Dans un triangle équilatéral, les trois angles sont superposables et chaque angle mesure 60°.**

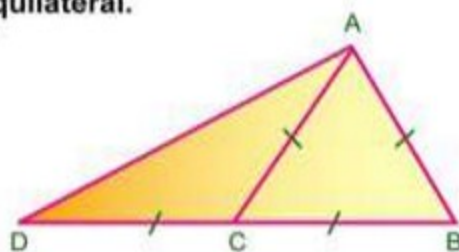
Exemple (1)

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral.

D ∈ $\overrightarrow{BC}$ tel que BC = CD.

 Démontrer que $\overline{AB} \perp \overline{AD}$

Hypothèses : AB = BC = CA = CD , D ∈ $\overrightarrow{BC}$

Conclusion : Démontrer que $\overline{BA} \perp \overline{AD}$

Démonstration : ∵ Δ ABC est un triangle équilatéral,

∴ m (∠ ACB) = m (∠ BAC) = m (∠ B) = 60° **(corollaire)**

∵ D ∈ $\overrightarrow{BC}$

∴ ∠ BCA est un angle extérieur au triangle Δ ACD

m (∠ BCA) = m (∠ CAD) + m (∠ CDA) = 60° **(1)**

Dans le triangle Δ ACD

∵ CA = CD ∴ m (∠ CAD) = m (∠ CDA) **(2)**

De (1)et (2) : m (∠ CAD) = m (∠ CDA) = 30°

$\because m(\angle BAD) = m(\angle BAC) + m(\angle CAD)$

$\therefore m(\angle BAD) = 60° + 30° = 90°$

$\therefore \overline{BA} \perp \overline{AD}$ Ce qu'il fallait démontrer

Notons que : **La mesure d'un angle extérieur à un triangle est égale à la somme des mesures des deux angles du triangle qui ne lui sont pas adjacents.**

Exemple (2)

2 **Dans la figure ci-contre,** AB = AD, BC = CD.

Démontrer que $\angle ABC \equiv \angle ADC$

Hypothèses : AB = AD, BC = CD

Conclusion : Démontrer que $\angle ABC \equiv \angle ADC$

Démonstration : Dans le triangle $\triangle ABD$

$\because AB = AD$

$\therefore m(\angle ABD) = m(\angle ADB)$ **(1)**

Dans le triangle $\triangle CBD$

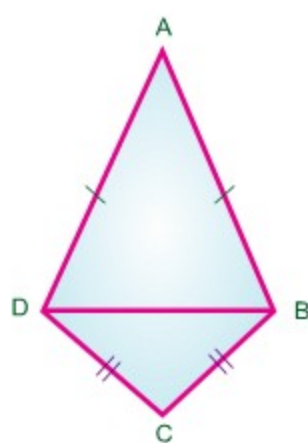
$\because CB = CD$

$\therefore m(\angle CBD) = m(\angle CDB)$ **(2)**

En additionnant (1) et (2) :

$m(\angle ABD) + m(\angle CBD) = m(\angle ADB) + m(\angle CDB)$

$\therefore m(\angle ABC) = m(\angle ADC)$

$\angle ABC \equiv \angle ADC$ **Ce qu'il fallait démontrer.**

Pour s'entraîner

Dans chacune des figures suivantes, trouver la valeur de la lettre exprimant la mesure de l'angle :

1

x = ... , y = ...

2

x = ... , y = ...

3

x = ... , y = ...

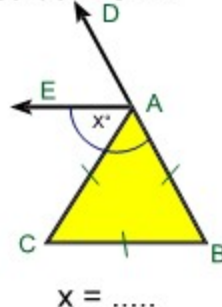
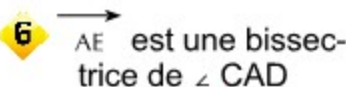
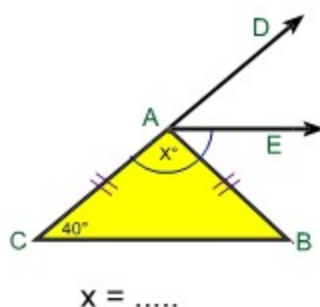
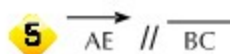
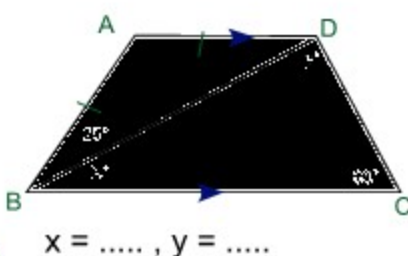
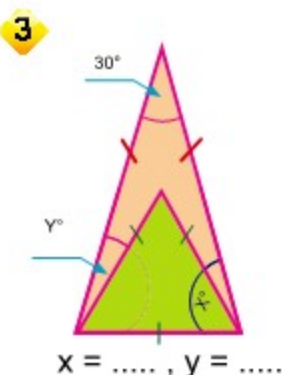
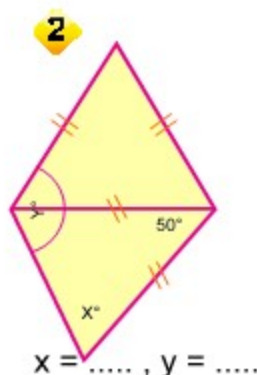
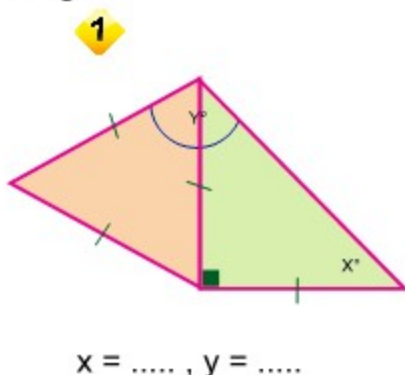
4 $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$

x = ... , y = ...

5 $\overrightarrow{AE}$ // $\overline{BC}$

x = ...

6 $\overrightarrow{AE}$ est une bissectrice de ∠ CAD

x = ...

Activité

Tracer un triangle ABC tel que BC = 7 cm, m (∠ B) = m (∠ C) = 50°. Mesurer les longueurs de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$. Répéter l'activité en choisissant d'autres longueurs pour $\overline{BC}$ et pour les mesures des angles ∠ B et ∠ C, puis compléter le tableau :

Triangle	BC	m (∠ B)	m (∠ C)	AB	AC
1	7cm	50°	50°	....	....
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....

1 Est-ce que la longueur de $\overline{AB}$ = la longueur de $\overline{AC}$? 2 Est-ce que $\overline{AB}$ ≡ $\overline{AC}$?

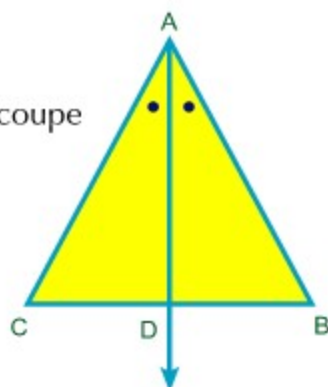
3 Comment peut-on interpréter ce résultat géométriquement ?

Théorème (2)

Si un triangle a deux angles superposables, alors les côtés opposés à ces deux angles sont superposables et le triangle est isocèle.

Hypothèses : Δ ABC est un triangle tel que ∠ B = ∠C

Conclusion : Démontrer que $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

Construction : On trace $\overrightarrow{AD}$ une bissectrice de ∠ BAC qui coupe $\overline{BC}$ en D.

Démonstration : ∵ ∠ B ≡ ∠ C

∴ m (∠ B) = m (∠ C)

∵ $\overrightarrow{AD}$ est une bissectrice de ∠ BAC

∴ m (∠ BAD) = m (∠ CAD)

∵ la somme des mesures des angles d'un triangle = 180 °

∴ m (∠ ADB) = m (∠ ADC)

∴ Dans les deux triangles ADB et ADC on a :

$\overline{AD}$ côté commun

m (∠ BAD) = m (∠ CAD)

m (∠ ADB) = m (∠ ADC)

∴ Δ ADB ≡ Δ ADC

Par conséquent, $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

et le triangle ABC est isocèle.

Corollaire

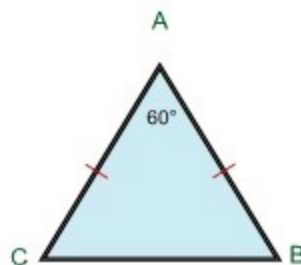
Si un triangle a trois côtés superposables, alors c'est un triangle équilatéral.

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle isocèle tel que :

AB = AC , m (∠ BAC) = 60°

Compléter m (∠ ABC) = m (∠ ACB) = ...

Donc : ∠ ...... ≡ ∠ .... ≡ ∠.......

∴ ABC est un triangle ....

Notons que : **Si un triangle isocèle a un angle de mesure 60°, alors c'est un triangle équilatéral.**

Pour s'entraîner

Dans chacune des figures suivantes, déterminer les côtés de longueurs égales comme dans l'exemple 1 :

1

AB = AC

2

.... = ...

3

.... = ...

4

.... = ...

5

.... = ...

6

.... = ...

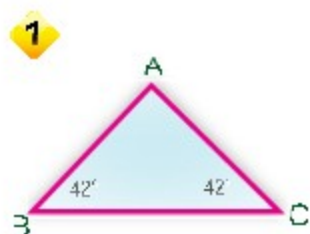
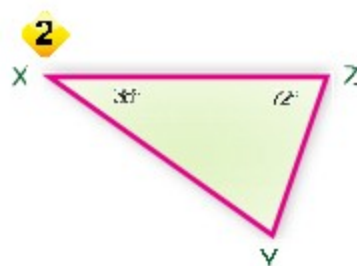
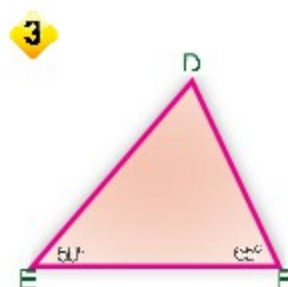
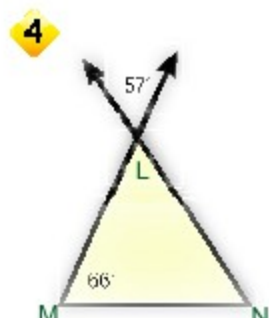
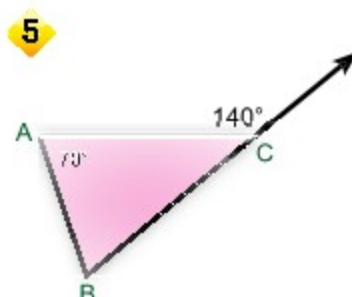
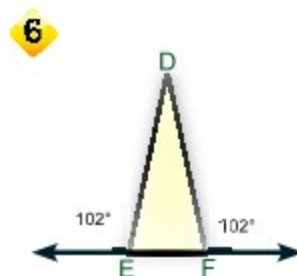
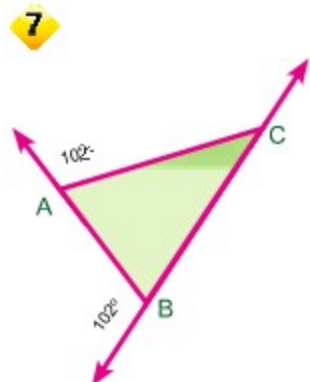
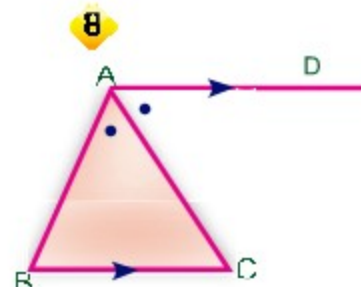
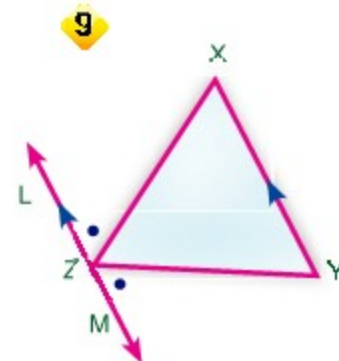
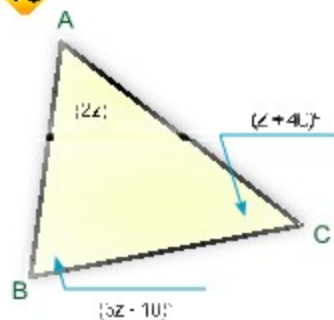
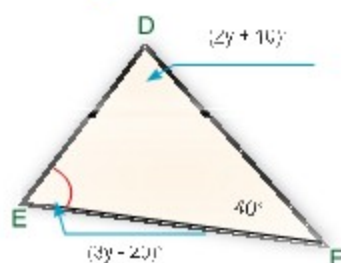
7

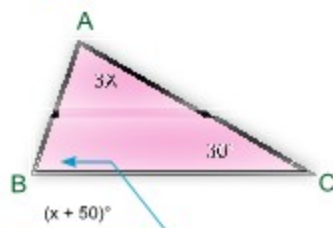
.... = ...

8

.... = ...

9

.... = ...

10

11

12

.... = ... = ... = ...

Exemples

1 **Dans la figure ci-contre,** ABC est un triangle tel que AB = AC, $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$.

Démontrer que le triangle Δ AXY est isocèle.

Hypothèses : AB = AC , $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$

Conclusion : Démontrer que AX = AY

Démonstration : Dans le triangle Δ ABC ∵ AB = AC

∴ m (∠ ABC) = m (∠ ACB) (1)

∵ $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$ et $\overleftrightarrow{AB}$ est une sécante

∴ m (∠ AXY) = m (∠ ABC) correspondants (2)

De même, $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$ et $\overleftrightarrow{AC}$ est une sécante

∴ m (∠ AYX) = m (∠ ACB) correspondants (3)

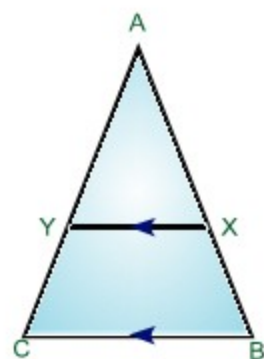
De (1) et (2), (3) on a :

m (∠ AXY) = m (∠ AYX)

Dans le Δ AXY

∵ m (∠ AXY) = m (∠ AYX)

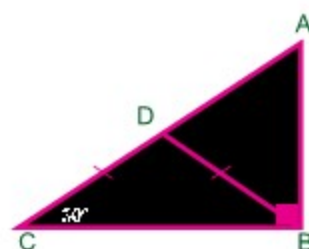
∴ AX = AY

∴ Le triangle AXY est isocèle. Ce qu'il fallait démontrer

Réfléchis : Peut-on conclure que XB = YC ? Pourquoi ?

2 Dans la figure ci-contre,

ABC est un triangle rectangle en B, m (∠ C) = 30°,

D ∈ $\overline{AC}$ tel que DB = DC

 Démontrer que le triangle ABD est équilatéral.

Hypothèses : m (∠ A B C) = 90° , m (∠ C) = 30° , D B = D C

Conclusion : Démontrer que AB = B D = AD

Démonstration : Dans le triangle DBC ∵ DB = DC

∴ m (∠ D B C) = m (∠ C) = 30°

Dans le triangle A B C ∵ m (∠ ABC) =90° et m (∠ DBC) = 30°

∴ m (∠ BAD) =90° - 30° = 60° **(1)**

∵ ∠ ADB est extérieur au triangle △ BDC

∴ m (∠ ADB) = m (∠ DBC) + m (∠ DCB)

m (∠ ADB) = 30° + 30° = 60° **(2)**

Dans le triangle ABD,

∵ la somme des mesures des angles du triangle = 180°

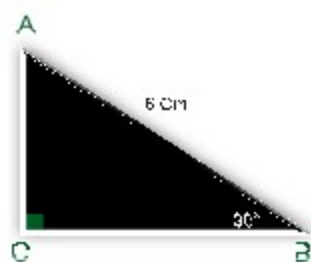
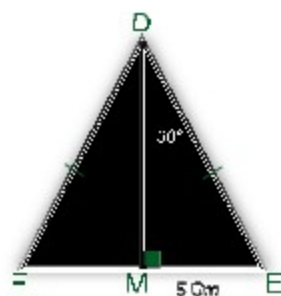
∴ m (∠ ABD) = 180° - (60° + 60°) = 60° **(3)**

De (1), (2) et (3) ∴ m (∠ ABD) = m (∠ ADB) = m (∠ A)

Donc ∠ ABD ≡ ∠ ADB ≡ ∠ A

∴ Le triangle ABD est équilatéral d'où AB = BD =AD

Exercices (4-3)

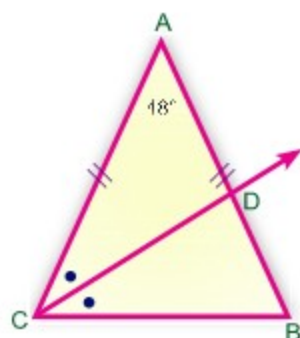
1 **Compléter :**

A C = ...   XZ = ... cm   DE = ... cm, m (∠ E) = ...°

EF = ...cm, m (∠ MDF) = ...°

2 **Dans la figure ci-contre,**

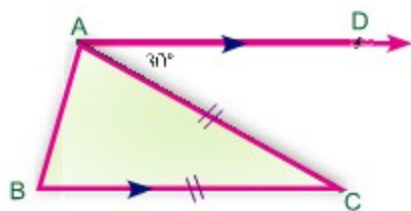
A B = A C , m (∠ BAC) = 48°.

$\overrightarrow{CD}$ est une bissectrice de ∠ B C A qui coupe $\overline{AB}$ en D.

Trouver m (∠ B) et m (∠ BCD)

3 **Dans la figure ci-contre,**

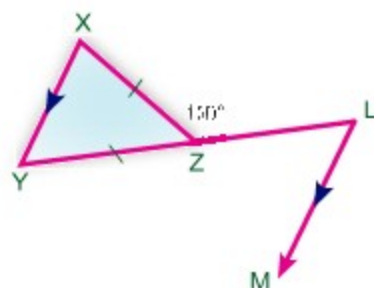
A B C est un triangle tel que AC = BC.

$\overrightarrow{AD}$ // $\overline{BC}$, m (∠ D A C) = 30°.

Trouver les mesures des angles du triangle ABC.

4 **Dans la figure ci-contre,**

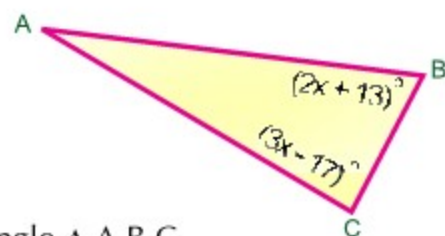
Z ∈ $\overline{LY}$, X Z = Y Z

m (∠ L Z X) = 130° , $\overrightarrow{LM}$ // $\overline{XY}$.

Trouver m (∠ MLY)

5 Dans la figure ci-contre,

$AB = AC$, $m(\angle B) = (2x + 13)°$

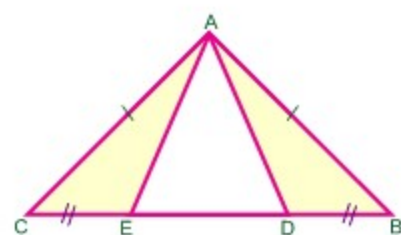
$m(\angle C) = (3x - 17)°$.

Trouver les mesures des angles du triangle $\triangle ABC$.

6 **Dans la figure ci-contre,**

A B C est un triangle isocèle tel que A B = A C,

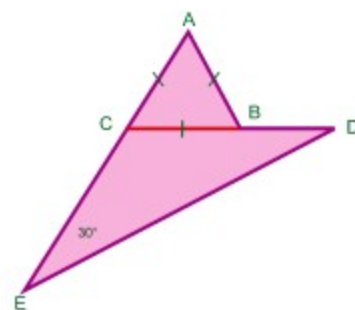
$D \in \overline{BC}$, $E \in \overline{BC}$ tels que BD = E C.

Démontrer que **a)** $\triangle$ ADE est isocèle.

b) $\angle ADE = \angle AED$

7
Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral,

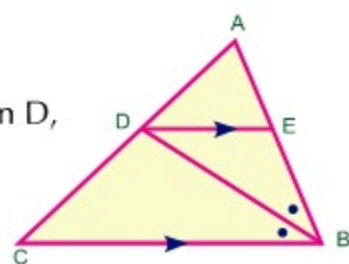
$E \in \overrightarrow{AC}$, $D \in \overrightarrow{CB}$,

m ($\angle$ DEC) = 30°.

Démontrer que le triangle DCE est isocèle.

8 **Dans la figure ci-contre,**

$\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de $\angle ABC$ qui coupe $\overline{AC}$ en D,

$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ où $E \in \overline{AB}$.

Démontrer que le triangle EBD est isocèle.

9 A B C est un triangle $D \in \overline{AB}$,

$E \in \overline{BC}$ tels que B D = B E. Si $\overline{DE}$ // $\overline{AC}$,

démontrer que A B = B C

10 A B C est un triangle tel que AB = A C ,

$\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de $\angle ABC$, $\overrightarrow{CD}$ est une bissectrice de $\angle ACB$.

Démontrer que le triangle $\triangle$ DBC est isocèle.

11 ABCD est un carré. Les diagonales $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ se coupent en M.

 Compléter et discuter :

A Dans Δ A B C , m (∠ A B C) = ...°

∵ AB = B C

∴ m (∠ B A C) = m (∠ B C A)=.........°

B ∵ m (∠ B A D) = 90° ∴ m (∠ D A C)= ....°

∵ m (∠ B C D) = 90° ∴ m (∠ A C D)= ....°

C La diagonale $\overline{AC}$ est-elle une bissectrice de ∠ A ?

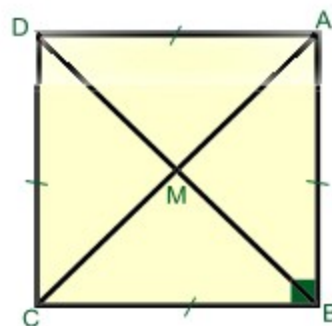
D La diagonale $\overline{BD}$ est-elle une bissectrice des deux angles ∠ B et ∠ D?

E Le triangle M A D est-il isocèle ? Pourquoi ?

F Citer des triangles isocèles ayant pour sommet le point M.

G M est-il le milieu de $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$?

H Est-ce que $\overline{AC}$ = $\overline{BD}$?

I A partir des réponses précédentes, tirer des conclusions relatives aux propriétés d'un carré, puis garder le résultat dans votre portfolio.

les Corollaires liés au triangle isocèle

Réfléchis et discute

A apprendre

- Des corollaires liés aux théorèmes du triangle isocèle.

Nouvelles expressions

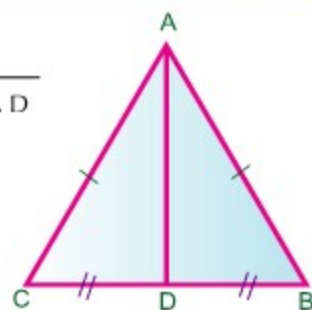
- triangle isocèle
- bissectrice de l'angle au sommet
- milieu de la base d'un triangle
- médiatrice d'un segment

Corollaire (1)

La médiane issue du sommet d'un triangle isocèle est une bissectrice de l'angle au sommet et est perpendiculaire à la base.

Dans la figure ci-contre,

ABC est un triangle tel que AB = AC et $\overline{AD}$ est une médiane du triangle.

Dans ce cas: $\overrightarrow{AD}$ **est une bissectrice de** $\angle BAC$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

Notons que : $\Delta ADB \equiv \Delta ADC$. Pourquoi ?

Corollaire (2)

La bissectrice de l'angle au sommet d'un triangle isocèle coupe la base en son milieu et est perpendiculaire à la base.

Dans la figure ci-contre,

A B C est un triangle tel que, A B = A C et $\overrightarrow{AD}$ est une bissectrice de $\angle BAC$.

Dans ce cas :

D est le milieu de $\overline{BC}$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

Notons que : Δ A D B ≡ Δ A D C. Pourquoi ?

Corollaire (3)

La droite issue du sommet d'un triangle isocèle et perpendiculaire à sa base, coupe cette base en son milieu et est une bissectrice de l'angle au sommet.

Dans la figure ci-contre,

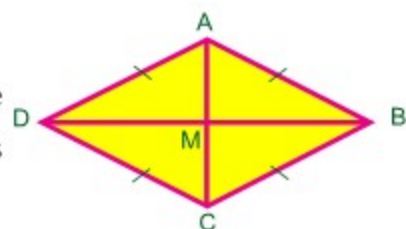
A B C est un triangle tel que, A B = A C et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

Dans ce cas : D est le milieu de $\overline{BC}$ et m ($\angle$ B A D) = m ($\angle$ C A D)

Notons que : Δ A D B ≡ Δ A D C. Pourquoi ?

 Réfléchis

Dans la figure ci-contre,

ABCD est un quadrilatère dont les côtés sont de même longueur. Cette figure est un losange et ses diagonales $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$. se coupent au point M.

Notons que : Δ ABD ≡ Δ C B D. Pourquoi ?

∴ m ($\angle$ A B D) = m ($\angle$ C B D)

Dans Δ A B C , A B = B C , $\overrightarrow{BM}$ est une bissectrice de $\angle$ A B C

∴ $\overline{BM} \perp$ .... , M est le milieu de $\overline{AC}$.

Dans Δ B A D , A B = A D , $\overline{AM} \perp \overline{BD}$

∴ $\overrightarrow{AM}$ est une bissectrice de $\angle$ .... , M est le milieu de $\overline{BD}$.

Les diagonales d'un losange sont-elles perpendiculaires ?

Est-ce que les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu ?

Est-ce que les diagonales d'un losange sont bissectrices de ses angles ?

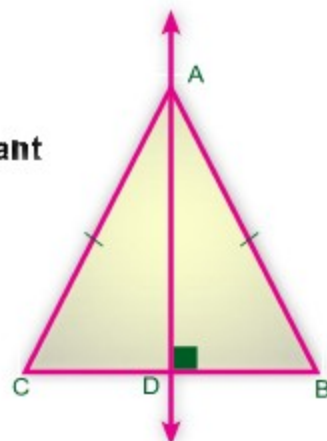
Noter les réponses, puis garder le résultat dans votre portfolio ?

[I] Axe de symétrie d'un triangle isocèle :

L'axe de symétrie d'un triangle isocèle est la droite passant par son sommet et perpendiculaire à sa base.

Dans la figure ci-contre,

ABC est un triangle tel que A B = A C et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

Dans ce cas $\overleftrightarrow{AD}$ est un axe de symétrie du triangle isocèle ABC.

Discuter :

- **Un triangle isocèle peut-il avoir plus d'un axe de symétrie ?**
- **Combien un triangle équilatéral a-t-il d'axes de symétrie ?**
- **Un triangle quelconque peut-il avoir des axes de symétrie ?**

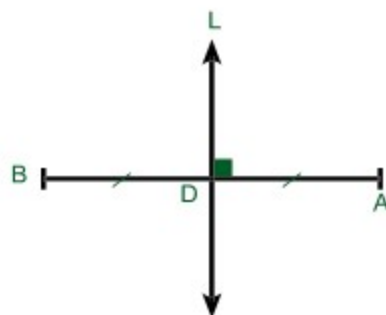
[II] Axe de symétrie d'un segment :

La droite perpendiculaire à un segment passant par son milieu est un axe de symétrie du segment. Elle est appelée la médiatrice du segment.

Dans la figure ci-contre,

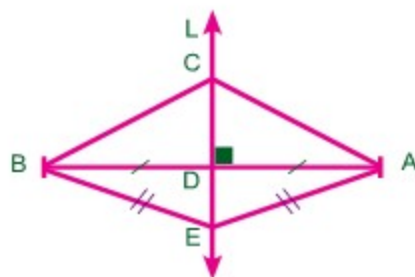
D est le milieu de $\overline{AB}$,

la droite L ⊥ $\overline{AB}$ où D ∈ L.

Dans ce cas, la droite L est la médiatrice de $\overline{AB}$

Propriété importante

Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des deux extrémités du segment.

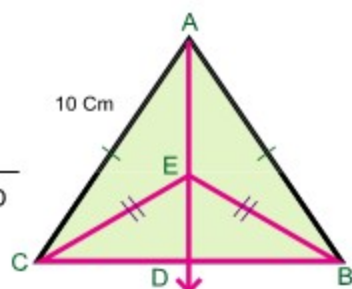
Notons que :

1. Si C ∈ L, alors AC = B C.
2. Si EA = E B, alors E ∈ L. Pourquoi ?

Exemples

Dans la figure ci-contre,

$AB = AC = 10$ cm , $EB = EC$

$\overrightarrow{AE} \cap \overline{BC} = \{D\}$

Si $BC = 6$ cm, trouver la longueur de $\overline{CD}$ et $\overline{AD}$

Hypothèses : $AB = AC$ et $EB = EC$

Conclusion : trouver CD et AD

Démonstration : $\because AB = AC$ $\therefore$ A est un point de la médiatrice de $\overline{BC}$

$\because EB = EC$ $\therefore$ E est un point de la médiatrice de $\overline{BC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AE}$ est la médiatrice de $\overline{BC}$.

$\therefore$ D est le milieu de $\overline{BC}$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\because$ D est le milieu de $\overline{BC}$ et $BC = 6$ cm $\therefore CD = 3$ cm

$\because \overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\therefore$ le triangle $\triangle ADC$ est rectangle en D.

$(AD)^2 = (AC)^2 - (CD)^2$

$(AD)^2 = 100 - 9$

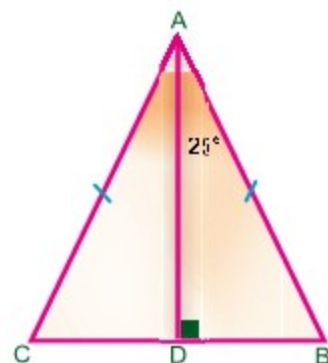
$\therefore AD = \sqrt{91}$ cm

Dans la figure ci-contre,

ABC est un triangle tel que $AB = AC$,

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $m(\angle BAD) = 25°$,

$BC = 4$ cm. Trouver :

A) $m(\angle DAC)$ B) la longueur de $\overline{DC}$

Solution

Hypothèses : $AB = AC$,

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $m(\angle BAD) = 25°$, $BC = 4$ cm

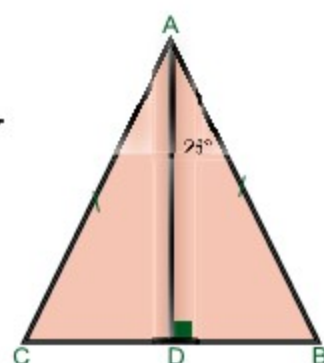
Conclusion : trouver $m(\angle DAC)$ et la longueur de $\overline{DC}$.

Démonstration : Dans le triangle ABC

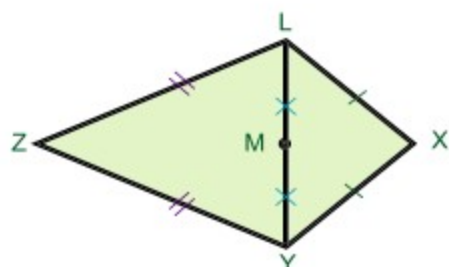
$\because$ AB = AC , $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\therefore$ $\overrightarrow{AD}$ coupe la base $\overline{BC}$ en son milieu et $\overrightarrow{AD}$ est une bissectrice de ∠ BAC

$\therefore$ m (∠ DAC) = m (∠ DAB) = 25°,

$DC = \frac{1}{2} BC = \frac{4}{2} = 2$ cm

Pour s'entraîner

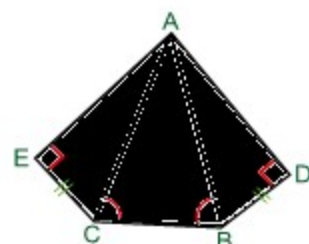
1 **Dans la figure ci-contre,**

XY = XL , Zy = ZL , LM = YM.

Démontrer que les points X, M et Z sont alignés.

2 **Dans la figure ci-contre,**

BD = CE,

m (∠ ABC) = m (∠ ACB),

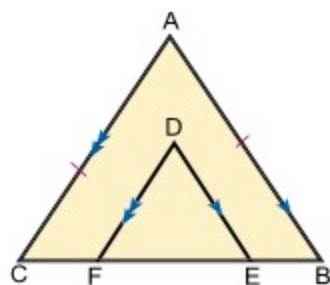
m (∠ D) = m (∠ E) = 90°.

Démontrer que : m (∠ DAB) = m (∠ CAE).

3 **Dans la figure ci-contre,**

AB = AC, $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$,

$\overline{DF} \parallel \overline{AC}$.

Démontrer que : A) DE = DF.

B) m (∠ BAC) = m (∠ EDF).

Exercices (4-4)

1 **Compléter** pour obtenir des phrases correctes :

A. La bissectrice de l'angle au sommet d'un triangle isocèle coupe la base du triangle en son milieu et est ....

B. Le nombre d'axes de symétrie d'un triangle équilatéral est ....

C. Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant de ....

D. Si la mesure d'un angle d'un triangle isocèle est 100°, alors la mesure de l'un des deux autres angles = ...°.

2 **Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées :**

A. Le nombre d'axes de symétries d'un triangle isocèle = ...

(0 – 1 – 2 – 3)

B. Le triangle ayant pour longueurs de côtés 2 cm, (x + 3) cm et 5 cm est isocèle pour x = ... cm.

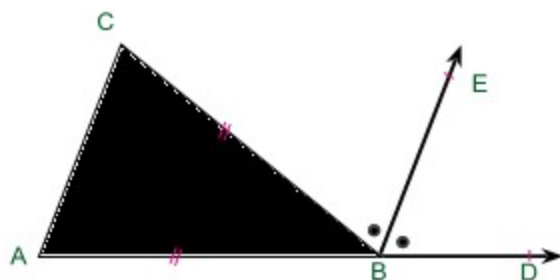
(1 – 2 – 3 – 4)

C. Le point d'intersection des médianes d'un triangle, partage chaque médiane dans le rapport .... à partir de la base.

(1 : 2 – 2 : 1 – 1 : 3 – 2 : 3)

3 **Dans la figure ci-contre,**

AB = BC , $\overrightarrow{BE}$ est une bissectrice de $\angle$ CBD , D ∈ $\overrightarrow{AB}$.

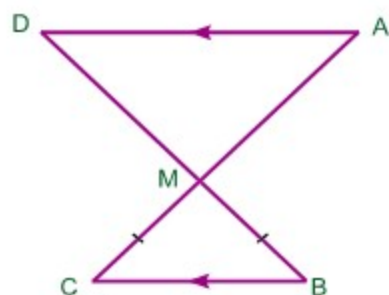
Démontrer que : $\overrightarrow{BE}$ // $\overline{AC}$

4 **Dans la figure ci-contre,**

$\overline{AC}$ ∩ $\overline{BD}$ = {M},

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ et MB = MC.

Démontrer que :

(1) △ AMD est isocèle

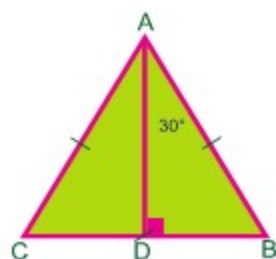
(2) les deux triangles AMD et BMC ont le même axe de symétrie.

1 **Dans la figure ci-contre,**

AB = AC, BC = 10cm,

m (∠ BAD) = 30° , $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.

a) Trouver la longueur de $\overline{BD}$ et $\overline{AD}$.

b) Quel est le nombre d'axes de symétrie du triangle ABC ?

c) Quelle est l'aire du Δ ABC ?

2 **Dans la figure ci-contre,**

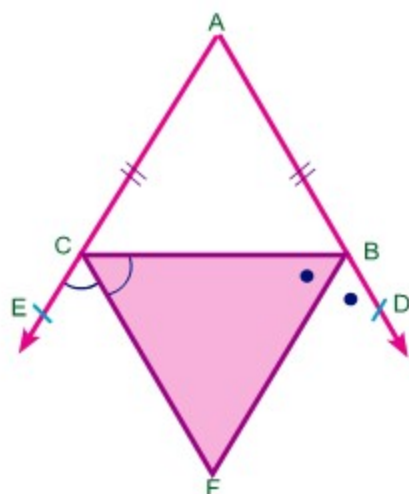
AB = AC, D ∈ $\overrightarrow{AB}$, E ∈ $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BF}$ est une bissectrice de ∠ DBC,

$\overrightarrow{CF}$ est une bissectrice de ∠ BCE.

Démontrer que

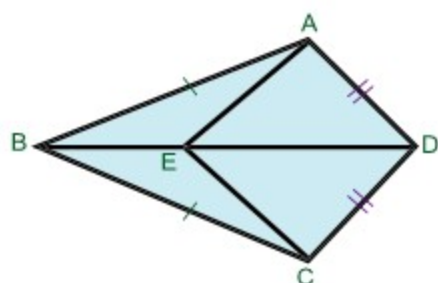
a) Δ BFC est isocèle.

b) $\overleftrightarrow{AF}$ est la médiatrice de $\overline{BC}$.

3 **Dans la figure ci-contre,**

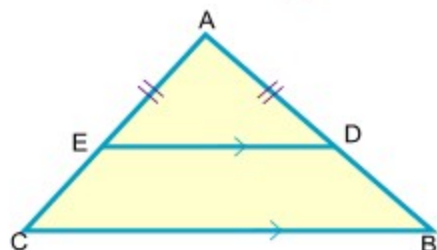
AB = CB , AD = CD , E ∈ $\overline{BD}$

Démontrer que

$\overrightarrow{DB}$ est une bissectrice de ∠ ADC.

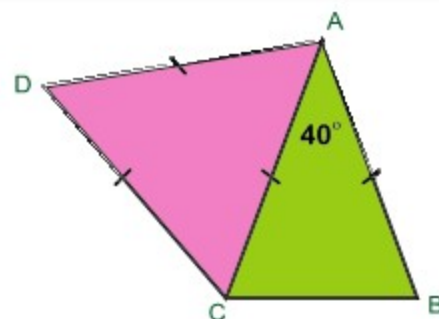
$\overrightarrow{BE}$ est une bissectrice de ∠ABC.

4 **Dans la figure ci-contre,**

$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$, AD = AE.

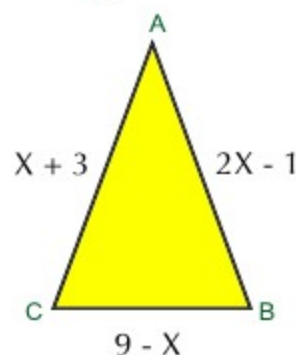
Démontrer AB = AC.

5 Dans la figure ci-contre,

AB = AC = AD = CD

m (∠ BAC) = 40°.

Trouver : m (∠ BCD)

6 **Dans la figure ci-contre,**

ABC est un triangle tel que m (∠ B) = m (∠ C).

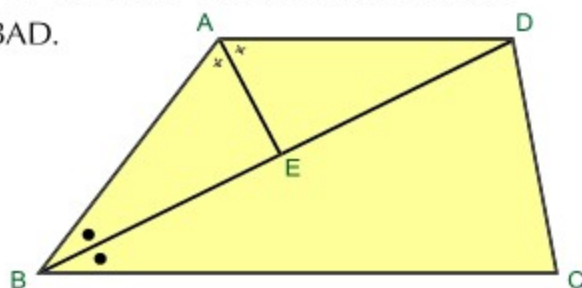
Calculer le périmètre du triangle.

7 **Dans la figure ci-contre,**

ABCD est un quadrilatère tel que $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de ∠ ABC, $\overrightarrow{AE}$ est une bissectrice de ∠ BAD.

Démontrer que

A AB = AD.

B $\overline{AE} \perp \overline{BD}$.

C BE = ED.

1. À l'aide d'une règle et d'un compas, tracer un angle $\angle ABC$, puis tracer $\overrightarrow{AE} \parallel \overleftrightarrow{BC}$.

2. Dans la figure ci-contre,

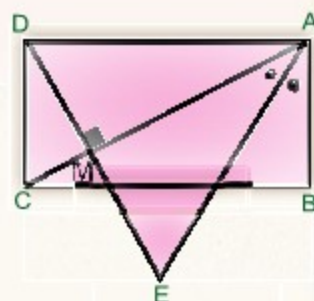
   ABCD est un rectangle, $\overline{AC}$ est une diagonale,

   $\overrightarrow{AE}$ est une bissectrice de $\angle BAC$,

   $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

   où $\overrightarrow{AE} \cap \overrightarrow{DE} = \{E\}$,

   $\overline{AC} \cap \overline{DE} = \{M\}$.

 Démontrer que $DA = DE$.

Epreuve de l'unité

1 **Compléter pour obtenir des phrases correctes :**

A Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base..

B La médiane issue du sommet d'un triangle isocèle est ....
et.........................

C Dans un triangle ABC, si AB = AC et m (∠A) = 70 °, alors m (∠C) = ...

D Le nombre d'axes de symétrie d'un triangle équilatéral = ...

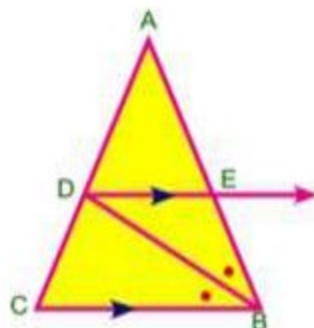
E La mesure d'un angle extérieur à un triangle équilatéral = ...

F La droite perpendiculaire à un segment, passant par son milieu est appelée.........................

2 **Dans la figure ci-contre :**

ABC est un triangle tel que $\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de ∠ ABC qui coupe $\overline{AC}$ en D, $\overrightarrow{DE}$ // $\overline{CB}$ et

$\overrightarrow{DE} \cap \overline{AB} = \{E\}$.

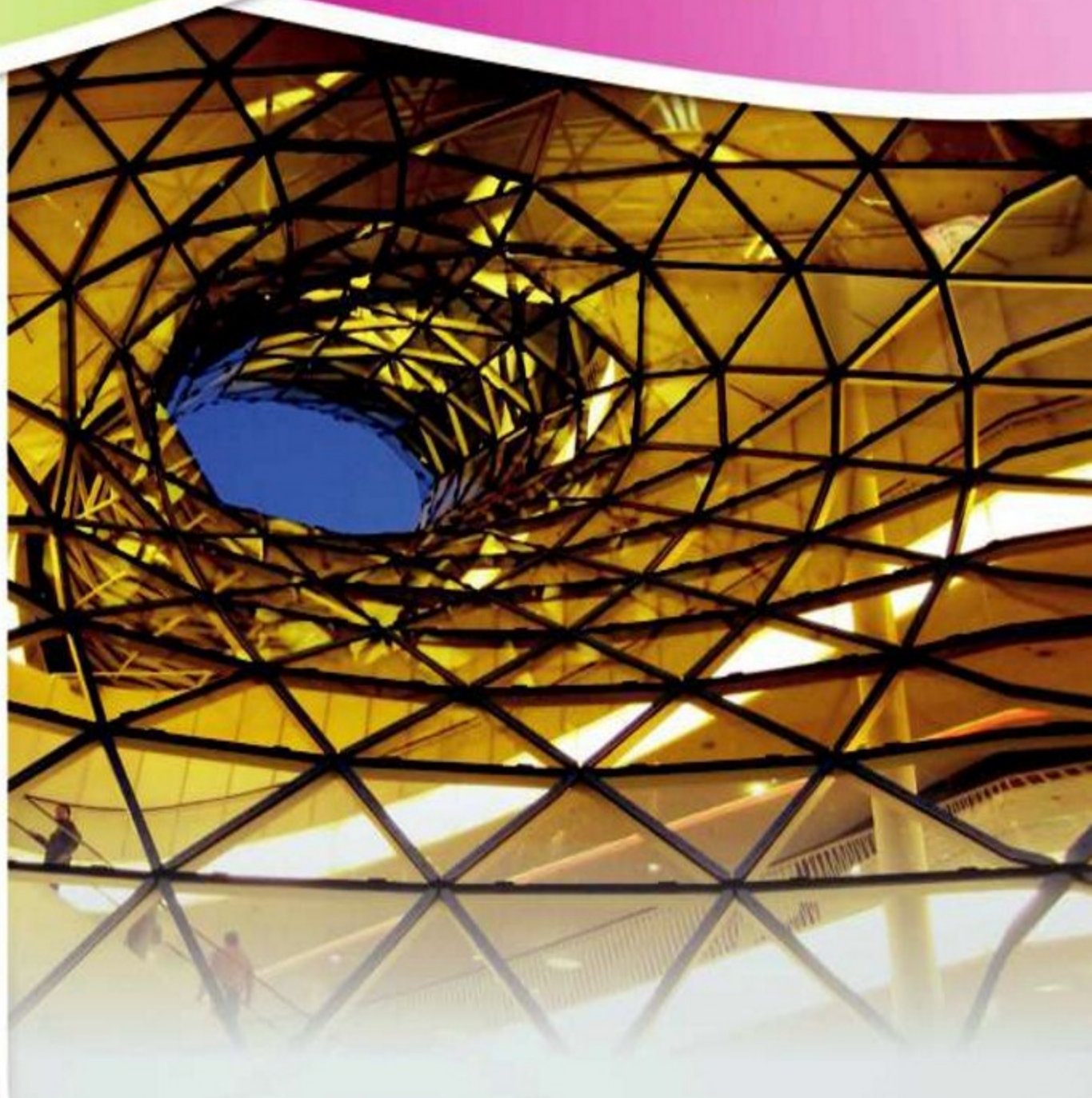
Démontrer que B E = E D.

3 **Tracer** un segment $\overline{AB}$ de 6 cm de longueur. A l'aide d'une règle et d'un compas, tracer la droite L, médiatrice de $\overline{AB}$, où $\overline{AB} \cap L = \{C\}$.

Déterminer le point D de la droite L tel que CD = 4 cm.

Mesurer les longueurs de $\overline{DA}$ et $\overline{DB}$. (Ne pas effacer les arcs).

Unité
5
Inégalité
2020 - 2021
صندوق تأمين ضباط الشرطة

Unité 5

Leçon 1

l' Inégalité

Réfléchis et discute

A apprendre :

- Notion de l'inégalité.
- Axiomes de l'inégalité.

Nouvelles expressions :

- inégalité
- axiome
- plus grand que >
- plus petit que <
- égal =

Notion de l'inégalité :

1. Tous les élèves de ta classe ont-ils la même taille ?
2. Y a-t-il une différence entre la mesure d'un angle aigu, un angle droit et un angle obtus ?

Que signifie cette différence ?

Notons que

L'inégalité signifie qu'il existe une différence entre les tailles des élèves et entre les mesures des angles qu'on exprime par la relation de l'inégalité. L'inégalité est utilisée pour comparer deux nombres différents.

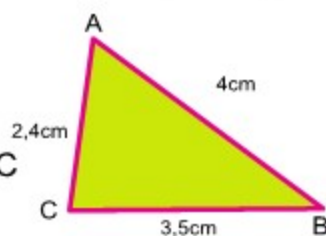
Exemples

1. **Si** $\angle ABC$ est un angle aigu, **alors** $m(\angle ABC) < 90^\circ$.
2. **Dans la figure ci-contre ,** ABC est un triangle tel que :

AB = 4 cm, BC = 3,5 cm,

et A C = 4,2 cm

Dans ce cas, AB > BC , BC > AC

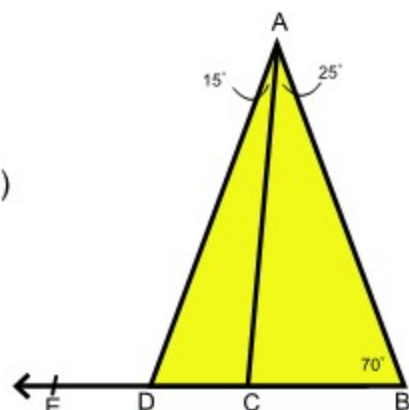
Donc AB > BC > AC

Pour s'entraîner :

Dans la figure ci-contre, trouver m (∠ ACB), m (∠ ACD) et m (∠ ADE) , puis compléter à l'aide des symboles $>$ ou $<$

m (∠ ADE) .... m (∠ CAD)

m (∠ ADC) .... m (∠ ACB)

m (∠ ACD) .... m (∠ ABC)

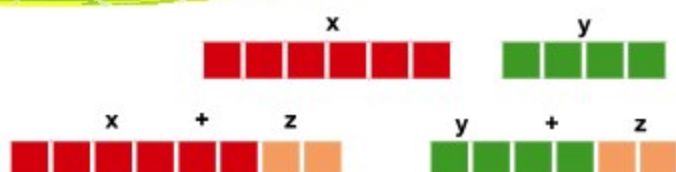
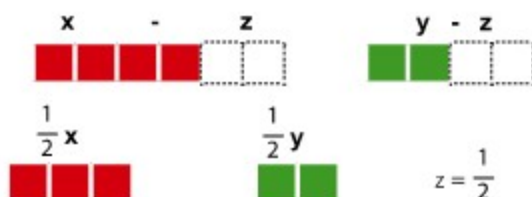
m (∠ ACD) .... m (∠ ADE)

Notons que Toutes les relations précédentes sont des inégalités.

Axiomes de l'inégalité

Soient x , y et z trois nombres.

1 **Si** $x > y$,
alors $x + z > y + z$.

2 **Si** $x > y$,
alors $x - z > y - z$.

2x 2y Z = 2

3 **Si** $x > y$ et z **est un nombre positif,**
alors $x z > y z$.

x y z

4 **Si** $x > y$ et $y > z$.
alors $x > z$.

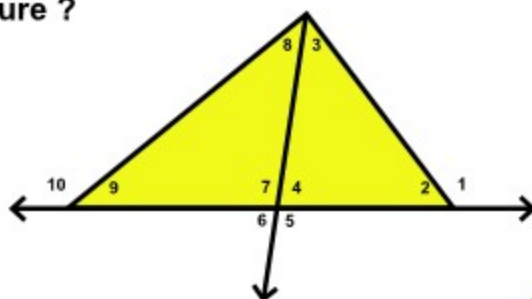
x + a y + b

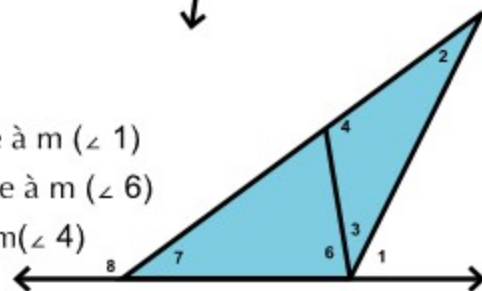
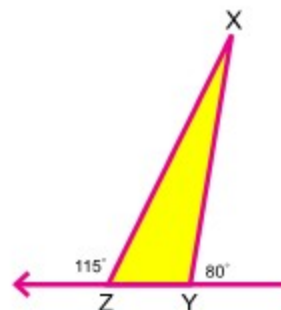
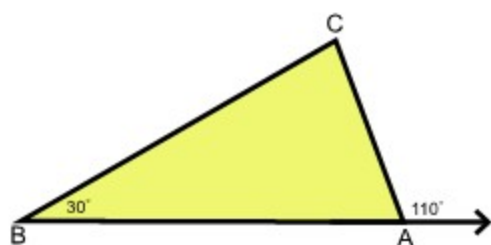
5 **Si** $x > y$ et $a > b$,
alors $x + a > y + b$.

Rappelons que : **La mesure d'un angle extérieur à un triangle est plus grande que la mesure de tout angle intérieur non adjacent à cet angle extérieur.**

Pour s'entraîner

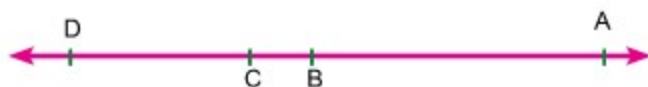
1 **D'après la figure ci-contre et dans chacun des cas suivants, lequel des angles suivants a la plus grande mesure ?**

- **A** $\angle 1$ ou $\angle 3$ ou $\angle 4$
- **B** $\angle 4$ ou $\angle 8$ ou $\angle 9$
- **C** $\angle 2$ ou $\angle 3$ ou $\angle 7$
- **D** $\angle 7$ ou $\angle 8$ **ou** $\angle 10$

2 **Dans la figure ci-contre, déterminer :**

- **A** tous les angles ayant une mesure inférieure à m ($\angle 1$)
- **B** tous les angles ayant une mesure supérieure à m ($\angle 6$)
- **C** tous les angles ayant une mesure inférieure à m($\angle 4$)

3 **Ranger les mesures des angles du triangle ABC dans l'ordre croissant et les mesures des angles du triangle XYZ dans l'ordre décroissant.**

m ($\angle$ ....) < m ($\angle$ ....) < m ($\angle$ ....)   m ($\angle$ ....) > m ($\angle$ ....) > m ($\angle$ ....)

4 **Dans la figure ci-contre,** $C \in \overleftrightarrow{AB}$, $D \in \overleftrightarrow{AB}$

Si AB > CD,

alors AC ...... BD

Exemple

Dans la figure ci-contre,

$m(\angle ACB) > m(\angle ABC)$, $DB = DC$

Démontrer que : $m(\angle ACD) > m(\angle ABD)$

Hypothèses : $m(\angle ACB) > m(\angle ABC)$, $DB = DC$

Conclusion : $m(\angle ACD) > m(\angle ABD)$

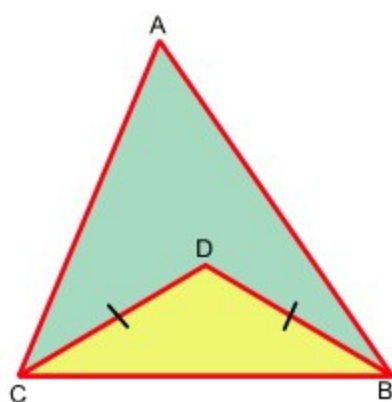
Démonstration : $\because DB = DC$

$\therefore m(\angle DCB) = m(\angle DBC)$ **(1)**

$\because m(\angle ACB) > m(\angle ABC)$ **(2)**

$\therefore$ De **(1)** - **(2)** , on a :

$m(\angle ACB) - m(\angle DCB) > m(\angle ABC) - m(\angle DBC)$

$\therefore m(\angle ACD) > m(\angle ABD)$ **Ce qu'il fallait démontrer**

1 **Dans la figure ci-contre,**

A B C est un triangle tel que $AC > AB$, $X \in \overline{AB}$

$Y \in \overline{AC}$, tels que $m(\angle AXY) = m(\angle AYX)$.

Démontrer que : $YC > XB$.

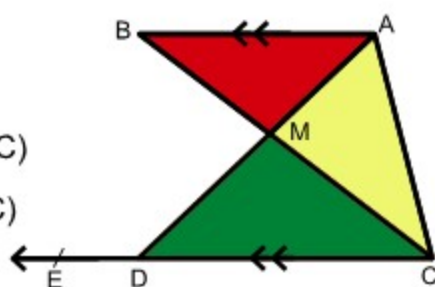
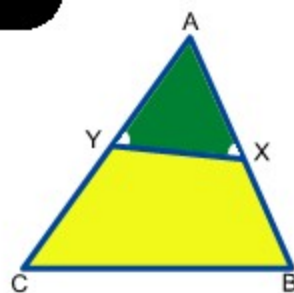
2 **Dans la figure ci-contre :** $\overline{AB} \mathbin{//} \overrightarrow{CD}$,

$\overline{AD} \cap \overline{CB} = \{M\}$, $E \in \overrightarrow{CD}$, $E \notin \overline{CD}$

Démontrer que : **A** $m(\angle ACD) > m(\angle ABC)$

B $m(\angle ADE) > m(\angle ABC)$

3 Soit M un point à l'intérieur d'un triangle ABC.

Démontrer que : $m(\angle AMB) > m(\angle ACB)$.

Unité 5

Leçon 2

La Comparaison des mesures des angles d'un triangle

Réfléchis et discute

A apprendre

- La comparaison des mesures des angles d'un triangle.

Nouvelles expressions

- Angle
- mesure d'un angle
- le plus grand angle d'un triangle
- le plus petit angle d'un triangle
- le plus grand côté d'un triangle
- le plus petit côté d'un triangle

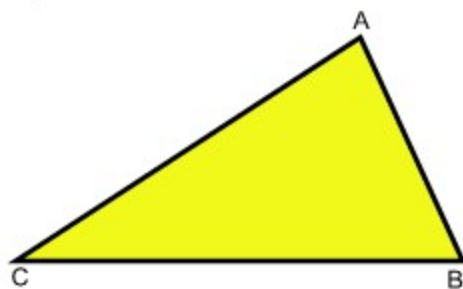
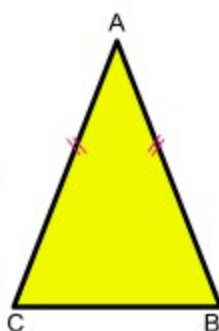
Activité

1 **Dans la figure ci-contre,** ABC est un triangle isocèle tel que AB = AC

- Si on plie le triangle de sorte que les deux sommets A et B soient confondus, que peut-on remarquer des mesures des angles B et C opposés aux deux côtés $\overline{AC}$ et $\overline{AB}$ ayant la même longueur ?
- Si on plie le triangle de sorte que les deux sommets A et C soient confondus, que peut-on remarquer des mesures des angles opposés aux deux côtés $\overline{BC}$ et $\overline{AB}$ ayant des longueurs différentes ?
- Est-ce que l'inégalité des longueurs de deux côtés d'un triangle implique l'inégalité des mesures des deux angles opposés à ces deux côtés ?

2 Tracer un triangle ABC de côtés de longueurs inégales.

Plier le triangle de sorte que les deux sommets A et B soient confondus. Que peut-on remarquer des mesures des angles A et B opposés aux deux côtés $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$ ayant des longueurs différentes ?

- Plier le triangle de sorte que les deux sommets B et C soient confondus. Que peut-on remarquer ?

Y a-t-il des angles de même mesure dans ce triangle ?

Notons que : Dans un triangle, si les côtés sont de longueurs inégales, alors les angles sont de mesures inégales.

Activité

Tracer un triangle ABC de côtés de longueurs inégales. Mesurer les longueurs des côtés et les mesures des angles qui leurs correspondent , puis compléter le tableau suivant :

Longueurs des côtés	Mesures des angles opposés
AB = ... cm	m ($\hat{C}$) = ... °
BC = ... cm	m ($\hat{A}$) = ... °
CA = ... cm	m ($\hat{B}$) = ... °

Que peut-on remarquer ?

Théorème (3)

Dans un triangle, si des côtés ont des longueurs inégales, les angles opposés à ces côtés ont des mesures inégales. Au plus long côté est opposé le plus grand angle.

Hypothèses : ABC est un triangle tel que A B > A C

Conclusion : Démontrer que m (∠ ACB) > m (∠ ABC)

Construction : Prenons un point D ∈ $\overline{AB}$ tel que AD = A C

Démonstration : Dans △ ACD , A D = A C

∴ m (∠ ACD) = m (∠ ADC) (1)

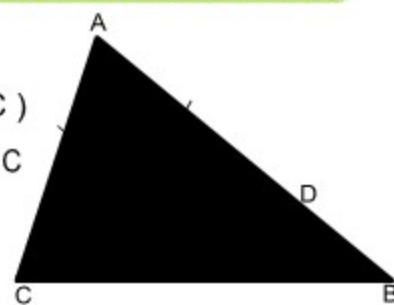
∵ ∠ADC **est extérieur au △ BDC**

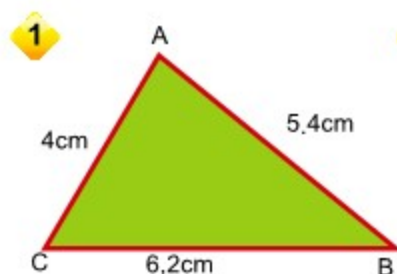
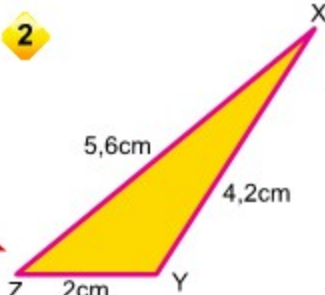
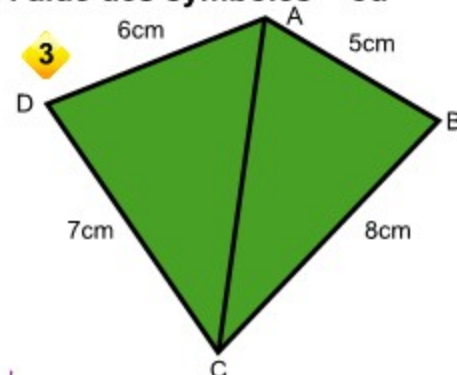
∴ m (∠ ADC) > m (∠ B) **(2)**

De **(1) et (2) on a :**

m (∠ ADC) > m (∠B)

Mais m (∠ ACB) > m (∠ ACD)

∴ m (∠ ACB) > m (∠ ABC) **Ce qu'il fallait démontrer.**

Pour s'entraîner

Dans chacune des figures suivantes, compléter à l'aide des symboles > ou <

1	2	3
m (∠ A)......m (∠ B)	m (∠ Z) ......m (∠ Y)	m (∠ BAC) ....m (∠ BCA)
m (∠ A) ......m (∠ C)	m (∠ X) ......m (∠ Y)	m (∠ DAC) ..... m(∠ DCA)
m (∠ B) ...... m (∠ C)	m (∠ Z) ......m (∠ X)	m (∠ BAD) .....m (∠ BCD)

Notons que : La mesure du plus grand angle d'un triangle est supérieure à 60°.

La mesure du plus petit angle d'un triangle est inférieure à 60°. Pourquoi ?

Exemple

Dans la figure ci-contre,

ABC est un triangle tel que AB > BC > CA.

Démontrer que : m (∠ C) **>** m (∠ A) **>** m (∠ B).

Hypothèses : AB > BC > CA

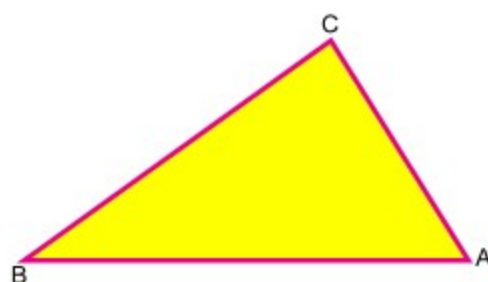
Conclusion : Démontrer que m (∠ C) >m (∠ A) > m (∠ B)

Démonstration : Dans Δ A B C

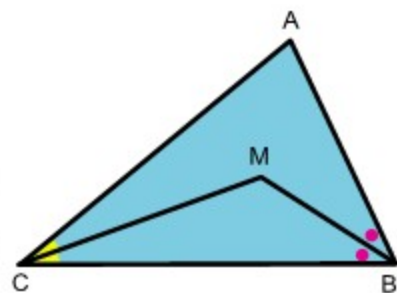
∵ A B > B C ∴ m (∠ C) > m (∠ A) **(1)**

∵ B C > C A ∴ m (∠ A) > m (∠ B) **(2)**

De **(1)** et **(2)** et en appliquant les axiomes de l'inégalité, on a :

m (∠ C) > m (∠ A) > m (∠ B)

Rappelons que : Le côté le plus long dans un triangle est opposé à l'angle de plus grande mesure et le côté le plus court dans le triangle est opposé à l'angle de plus petite mesure.

Exemple

Dans la figure ci-contre, $\overrightarrow{BM}$ est une bissectrice de ∠ A B C et $\overrightarrow{CM}$ est une bissectrice de ∠ ACB . Si M C > MB,

démontrer que m (∠ ABC) > m (∠ ACB).

Hypothèses : $\overrightarrow{BM}$ est une bissectrice de ∠ A B C, $\overrightarrow{CM}$ est une bissectrice de ∠ ACB et MC > MB.

Conclusion : Démontrer que (∠ ABC) > m (∠ ACB)

Démonstration : Dans ∆ MBC

∵ MC > MB ∴ m (∠ MBC) > m (∠ MCB) **(1)**

Dans ∆ ABC

∵ $\overrightarrow{BM}$ est une bissectrice de ∠ ABC ∴ **m** (∠MBC) = $\frac{1}{2}$ **m** (∠ABC) **(2)**

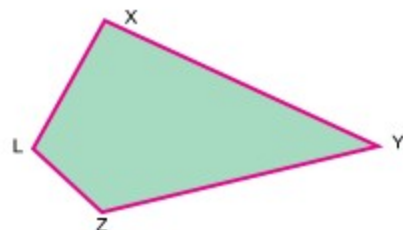
∵ $\overrightarrow{CM}$ est une bissectrice de ∠ ACB ∴ **m** (∠MCB) = $\frac{1}{2}$ **m** (∠ACB) **(3)**

∴ De **(1), (2) et (3) on a :**

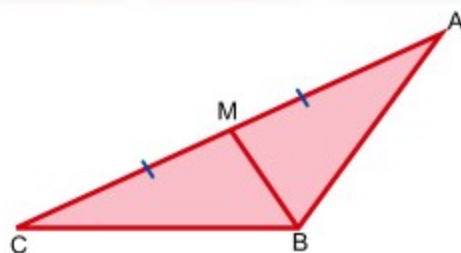
$\frac{1}{2}$ m (∠ ABC) > $\frac{1}{2}$ m (∠ ACB) En appliquant les axiomes de l'inégalité :

∴ m (∠ ABC) > m (∠ ACB) Ce qu'il fallait démontrer

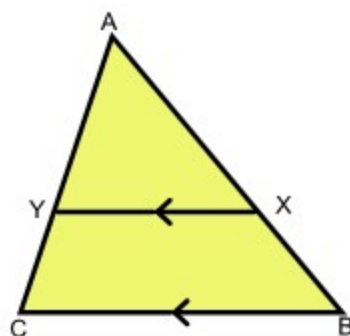
1. ABC est un triangle tel que AB = 2,7cm, BC = 8,5cm et AC = 6 cm. Ranger dans l'ordre croissant les mesures des angles du triangle.

2. Dans la figure ci-contre, X Y > X L, Y Z > Z L.
   Démontrer que : m (∠ XLZ) > m (∠ XYZ).

3 **Dans la figure ci-contre,**

$\overline{BM}$ est une médiane du ABC , BM < AM.

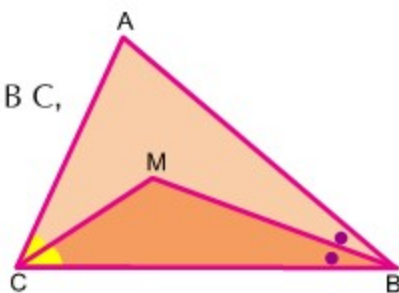
Démontrer que $\angle$ ABC est obtus.

4 **Dans la figure ci-contre,**

ABC est un triangle tel que , AB > AC , $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$.

Démontrer que : m ($\angle$ AYX) > ($\angle$ AXY).

5 **Dans la figure ci-contre,**

A B C est un triangle, $\overrightarrow{BM}$ est une bissectrice de $\angle$ A B C,

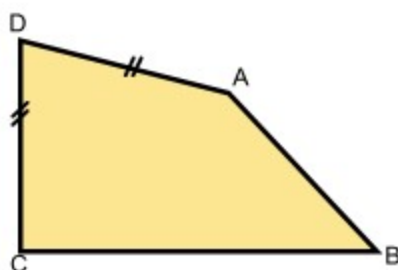
$\overrightarrow{CM}$ est une bissectrice de $\angle$ ACB. Si AB > AC,

démontrer que m ($\angle$ MCB) > m ($\angle$ MBC).

6 **Dans la figure ci-contre,**

ABCD est un quadrilatère tel que AD = DC,

BC > AB.

Démontrer que :

m ($\angle$ A) > m ($\angle$ C).

7 **ABCD est un quadrilatère tel que $\overline{AB}$ est le côté le plus long et $\overline{CD}$ est le côté le plus court.**

Démontrer que m ($\angle$ BCD) **>** m ($\angle$ BAD).

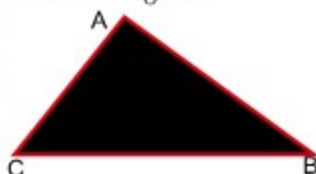
Unité 5

Leçon 3

La Comparaison des longueurs des côtés d'un triangle

Réfléchis et discute

Activité 1 **Dans la figure ci-dessous,** ABC est un triangle dont les angles sont de mesures inégales.

- Plier le triangle de sorte que les deux sommets A et B soient confondus. Que peut-on remarquer à propos des longueurs des deux côtés $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$ opposés aux deux angles A et B de mesures inégales ?
- Plier le triangle de sorte que les deux sommets B et C soient confondus. Que peut-on remarquer ?
- Au cas où les deux sommets C et A se confondent, que peut-on remarquer ?
- Y a-t-il des côtés de même longueur dans ce triangle ?

Notons que : **Dans un triangle, si les angles sont de mesures inégales, alors les côtés sont de longueurs inégales.**

Activité 2 Tracer un triangle ABC d'angles de mesures inégales. Mesurer les longueurs des côtés opposés à ces angles, puis compléter le tableau suivant :

Mesures des angles	Longueurs des côtés opposés
m (∠ A) = ...°	B C = ... cm
m (∠ B) = ...°	C A = ... cm
m (∠ C) = ...°	A B = ... cm

Que peut-on remarquer ?

- Est-ce que l'angle de plus grande mesure est opposé au plus long côté ? Est-ce que l'angle de plus petite mesure est opposé au plus court côté ?
- Peut-on ordonner les longueurs des côtés d'un triangle dans l'ordre croissant ou décroissant selon les mesures de leurs angles opposés ?

A apprendre

- Comparer les longueurs des côtés d'un triangle.

Nouvelles expressions

- les longueurs des côtés d'un triangle
- le côté le plus court d'un triangle
- le plus grand angle du triangle
- le plus petit angle du triangle
- un segment perpendiculaire

Dans un triangle, si des angles ont des mesures inégales, les côtés opposés à ces angles ont des longueurs inégales. Au plus grand angle est opposé le côté le plus long.

Hypothèses : ABC est un triangle tel que m (∠ c) m > (∠ B)

Conclusion : Démontrer que A B > A C

Démonstration: ∵ $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ sont deux segments,

∴ l'un des cas suivants doit être réalisé :

(1) A B < A C (2) A B = A C (3) A B > A C

Si AB n'est pas plus grand que AC, alors :

soit A B = A C ou A B < A C

Si A B = A C, alors m (∠ C) = m (∠ B)

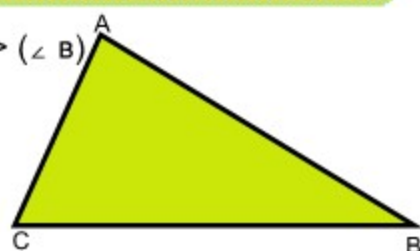
ce qui est contradictoire avec les hypothèses car m (∠ C) > m (∠ B)

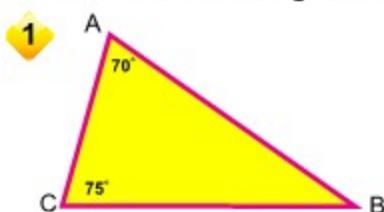
Si A B < A C, alors m (∠ C) < m (∠ B).

selon le théorème précédent.

ce qui est contradictoire aussi avec les hypothèses car

m (∠ C) > m (∠ B)

∴ A B > A C Ce qu'il fallait démontrer

Pour s'entraîner

Dans chacune des figures suivantes, compléter avec > ou < ou =

A B ...... A C

A B ...... B C

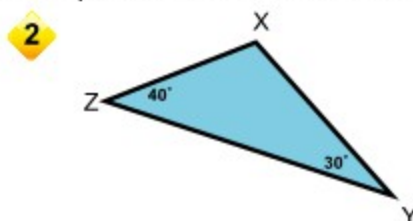
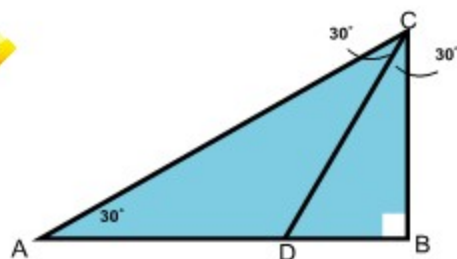
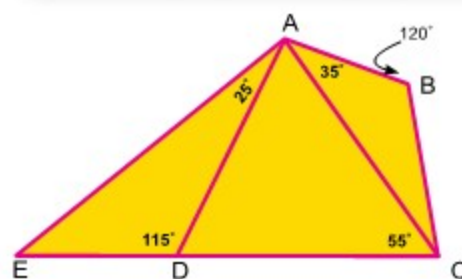
A C ...... B C

XY ...... XZ

YZ ...... XY

YZ ...... XZ

3

4

A C .... B C
B C .... D B
A C .... B D
C D .... A C

B C .... A B
C D .... C A
A D .... A E
C D .... A D

Corollaires :

Corollaire (1)

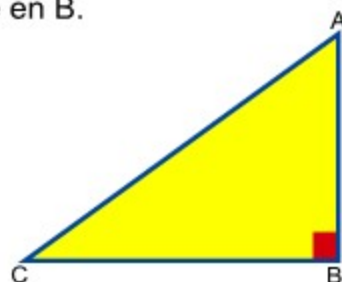
Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côte le plus long.

Dans la figure ci-contre, $\triangle$ ABC est un triangle rectangle en B.

$\because \angle$ A est aigu $\quad \therefore$ m ($\angle$ B) > m ($\angle$ A)

AC > BC

$\because \angle$ C est aigu $\quad \therefore$ m ($\angle$ B) > m ($\angle$ C)

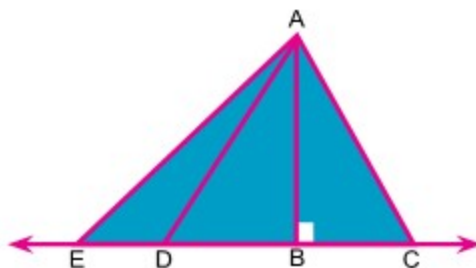
$\therefore$ AC > A B

Notons que : Dans un triangle obtusangle, le côté opposé à l'angle obtus est le côté le plus long.

Réfléchissons

A C > A B. Pourquoi ?

A D > A B. Pourquoi ?

A E > A B. Pourquoi ?

La longueur de chacun des deux côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle est plus petite que la longueur de l'hypoténuse. Pourquoi ?

Corollaire (2)

La longueur du segment perpendiculaire à une droite, joignant un point extérieur à la droite et un point de la droite, est plus petite que la longueur de tout autre segment joignant ce point extérieur à un point de la droite.

Définition : La distance d'un point à une droite donnée est la longueur du segment perpendiculaire à la droite, joignant ce point à un point de la droite.

Exemple

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle, $E \in \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$, m ($\angle$ C A D) = 35° et

m ($\angle$ DAE) = 75°

Démontrer que: AC > A B.

Hypothèses : $\overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$, m ($\angle$ E A D) = 75°, m ($\angle$ D A C) = 35°

Conclusion : Démontrer que A C > AB

Démonstration : $\because$ $\overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$ et $\overleftrightarrow{AB}$ est une sécante

$\therefore$ m ($\angle$ B) = m ($\angle$ E A D) = 75° **correspondants** **(1)**

$\because$ $\overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$ et $\overleftrightarrow{AC}$ est une sécante

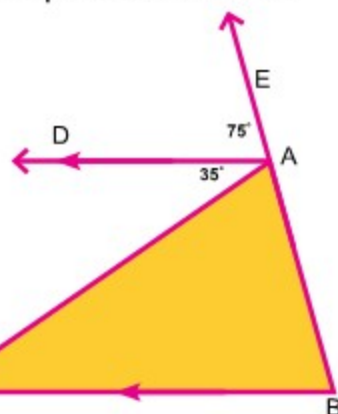
$\therefore$ m ($\angle$ A C B) = m ($\angle$ D A C) = 35° **alternes-internes** **(2)**

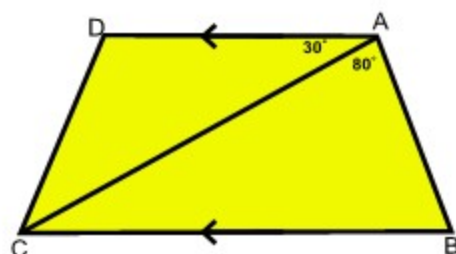
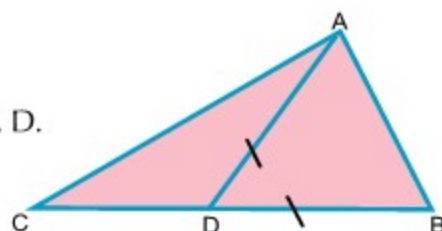
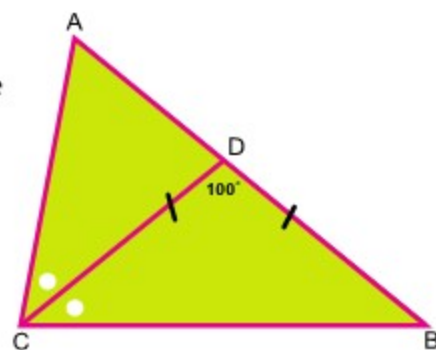
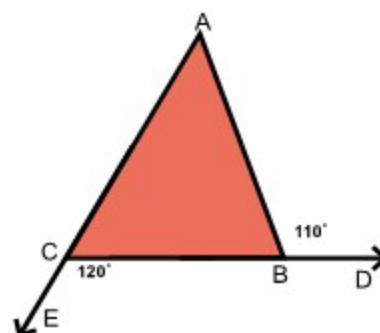
De **(1)** **et** **(2)** :

Dans le triangle ABC, on a :

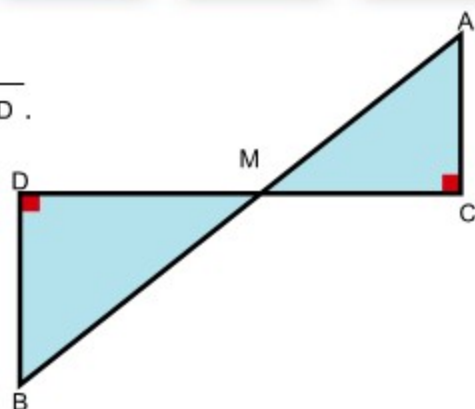
m ($\angle$ A B C) = 75° , m ($\angle$ A C B) = 35°

Donc m ($\angle$ A B C) > m ($\angle$ A C B)

$\therefore$ AC > AB **Ce qu'il fallait démontrer**

1. **ABC est un triangle** tel que m (∠ A) = 40°, m (∠ B) = 75°, Ranger les longueurs des côtés du triangle dans l'ordre décroissant.

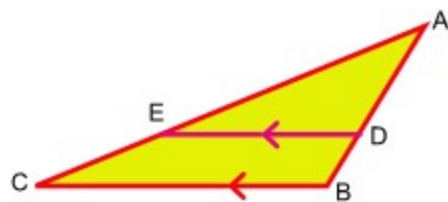
2. **Dans la figure ci-contre :**
$\overrightarrow{AD}$ // $\overline{BC}$, m (∠ B A C) =80°
et m (∠ D A C) =30°.
Démontrer que B C > A B.

3. **Dans la figure ci-contre :**
A B C est un triangle, D ∈ $\overline{BC}$ tel que B D = A D.
Démontrer que B C > A C.

4. **Dans la figure ci-contre :**
A B C est un triangle, $\overrightarrow{CD}$ est une bissectrice de ∠ C qui coupe $\overline{AB}$ en D.
m (∠ B D C) = 100°, D B = D C.
Démontrer que A C > D B.

5. **Dans la figure ci-contre :**
A B C est un triangle, D ∈ $\overrightarrow{CB}$, E ∈ $\overrightarrow{AC}$,
m (∠ A B D) = 110°, m (∠ B C E) = 120°.
Démontrer que A B > B C.

6 **Dans la figure ci-contre :**

$\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{M\}$, $\overline{AC} \perp \overline{CD}$, $\overline{BD} \perp \overline{CD}$.

Démontrer que $AB > CD$.

7 **Dans la figure ci-contre :**

ABC est un triangle obtusangle en B,

$\overline{DE} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$.

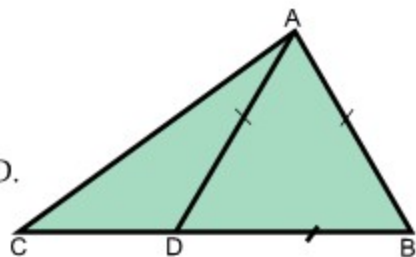
Démontrer que $AE > AD$.

8 **A B C est un triangle,** $\overrightarrow{CD}$ est une bissectrice de $\angle C$, $\overrightarrow{CD} \cap \overline{AB} = \{D\}$,

Démontrer que $BC > BD$

9 A B C est un triangle tel que $m(\angle A) = (5x + 2)°$, $m(\angle B) = (6x - 10)°$, $m(\angle C) = (x + 20)°$. Ranger les longueurs des côtés du triangle dans l'ordre croissant.

10 **Dans la figure ci-contre :**

A B C est un triangle, $D \in \overline{BC}$ et $AB = AD = BD$.

Démontrer que $BC > AC$.

11 ABC est un triangle rectangle en B , $D \in \overline{AC}$ $E \in \overline{BC}$ tels que $AD = BE$.

Démontrer que $m(\angle CED) > m(\angle CDE)$.

L'Inégalité triangulaire

Unité 5 — Leçon 4

Réfléchis et discute

Activité

En utilisant une règle graduée et un compas, essayer de tracer un triangle ABC tel que :

1. AB = 4 cm , BC = 5 cm , AC = 6 cm
2. AB = 6 cm , BC = 3 cm , AC = 2 cm
3. AB = 9 cm , BC = 4 cm , AC = 3 cm
4. AB = 8 cm , BC = 3 cm , AC = 5 cm

Parmi les cas précédents, lesquels ont permis de tracer le triangle ? Que peut-on conclure ?

A apprendre :

- L'inégalité triangulaire. .

Nouvelles expressions :

- inégalité
- inégalité triangulaire

Règle : La somme des longueurs de deux côtés d'un triangle est supérieure à la longueur du troisième côté.

Donc: dans un triangle ABC :

$AB + BC > AC$

$BC + CA > AB$

$AB + AC > BC$

Par exemple, les nombres 5, 3 et 9 ne peuvent pas représenter les longueurs des côtés d'un triangle car la somme des deux plus petits nombres = 3 + 5 = 8 < 9 et donc l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée.

Exemple

Dans le triangle ABC, si AB = 10 cm, BC = 8,5 cm, trouver l'intervalle auquel appartient le nombre représentant la longueur du côté $\overline{AC}$.

Solution

$AC < AB + BC$ $\qquad$ $AC < 18,5$ **(1)**

Mais, $AC + BC > AB$ $\qquad$ **inégalité triangulaire**

$AC > AB - BC$ $\qquad$ $AC > 1,5$ **(2)**

De (1) et (2) $\qquad 18,5 > AC > 1,5$

$AC \in \,]1,5 \; , \; 18,5[$

Pour s'entraîner

Dans chacun des cas suivants, on donne les longueurs de deux côtés d'un triangle. Trouver l'intervalle auquel appartient le nombre représentant la longueur du troisième côté :

A 6 cm, 9 cm $\quad$ **B** 5 cm, 12 cm $\quad$ **C** 7 cm, 15 cm $\quad$ **D** 2,9 cm, 3,2 cm

1 Si les longueurs de deux côtés d'un triangle isocèle sont 5 cm et 12 cm, quel est la longueur de son troisième côté ?

2 Lesquelles des longueurs suivantes peuvent être utilisées pour tracer un triangle ?

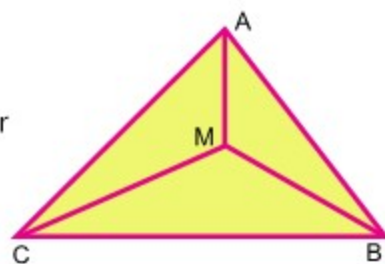
A 5 cm, 7 cm, 8 cm $\quad$ **B** 4 cm, 9 cm, 3 cm

C 10 cm, 6 cm, 4 cm $\quad$ **D** 15 cm, 17 cm, 30 cm.

3 Démontrer que la longueur d'un côté d'un triangle est inférieure à la moitié de son périmètre.

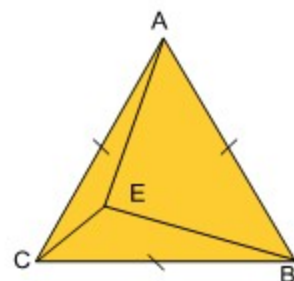
4 **Dans la figure ci-contre,**

M est un point à l'intérieur du triangle ABC. Démontrer que :

$MA + MB + MC > \frac{1}{2}$ périmètre du triangle ABC.

5 **Démontrer que :** la somme des longueurs des deux diagonales d'un quadrilatère convexe est inférieure à son périmètre.

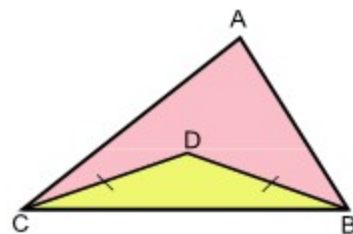
1. Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral, E est un point à l'intérieur du triangle, m (ECB) > m (EBC).

Démontrer que : A) m (∠ ABE) > m (∠ ACE).

B) m (∠ A) > m (∠ ABE) > m (∠ ACE).

2. **Dans la figure ci-contre,**

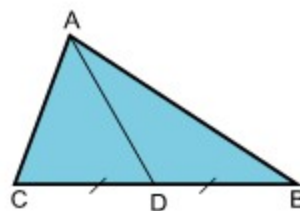
D B = D C et

m (∠ ABC) > m (∠ ACB).

Démontrer que m (∠ ABD) > m (∠ ACD).

3. ABC est un triangle tel que AB = 6 cm, AC = 7 cm et BC = 8 cm. Ranger les mesures des angles du triangle dans l'ordre croissant.

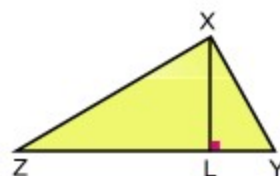
4. **Dans la figure ci-contre,**

AB > AC , DB = DC.

Démontrer que m (∠ BAD) < m (∠ CAD).

5. **Dans la figure ci-contre,**

X Z > X Y et

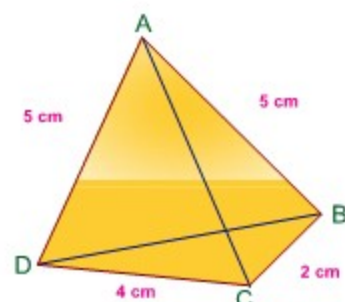
$\overline{XL} \perp \overline{ZY}$.

Démontrer que: m (∠ LZX) > m (∠ LXY).

6 **Dans la figure ci-contre,**

ABCD est un quadrilatère tel que

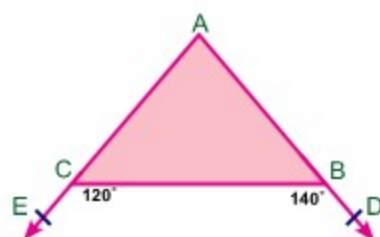
A B = AD = 5 cm,

BC = 2 cm et DC = 4 cm.

Démontrer que m (∠ ABC) > m (∠ ADC).

7 **Dans la figure ci-contre,**

m (∠ DBC) = 140° et

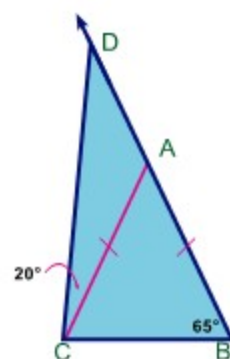
m (∠ ECB) = 120°.

Démontrer que: C B > A B.

8 **Dans la figure ci-contre,**

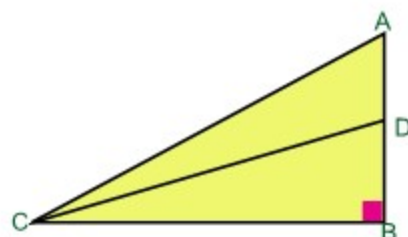
AB = AC,

m (∠ ABC) = 65° et

m (∠ ACD) = 20°.

Démontrer que AB > AD.

9 **Dans la figure ci-contre,**

m (∠ B) = 90°.

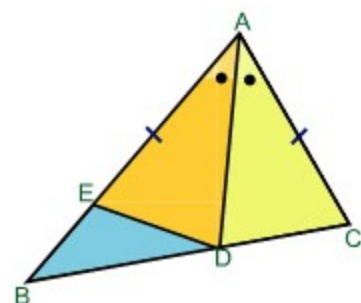
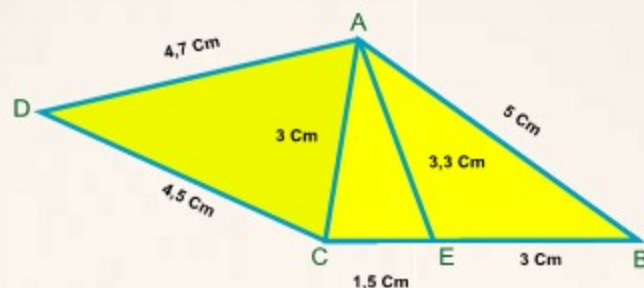
Démontrer que A C > D C.

10 **Dans la figure ci-contre,**

A C > D C , m (∠ CAD) = m (∠ BAD) et

A E = A C.

Démontrer que: **A** DE = DC

B m (∠ BED) > m (∠ ADC)

C BD > DC.

le Portfolio

1 **Observer la figure, puis compléter avec < ou >**

A m (∠ D A C) .... m (∠ A C D)

B m (∠ A E C) .... m (∠ E C A)

C m (∠ A B E) .... m (∠ E A B)

D m (∠ C D A) .... m (∠ D A C)

E m (∠ A E B) .... m (∠ E A C)

2 Dans un triangle ABC, si AB = 6 cm, BC = 9 cm, alors

AC ∈] .... , ...[

3 **ABC est un triangle tel que m** (∠ A) = (9x)°, m (∠ B) = (6x - 17)° et m (∠ C) = (7 x - 1)°.

Ranger les longueurs des côtés du triangle dans l'ordre croissant.

1 Compléter pour obtenir des phrases correctes :

A Le plus petit angle dans un triangle est opposé ....

B Dans Δ ABC, si m ($\angle$ A) = 70° et m ($\angle$B) = 30°, alors le plus long côté du triangle est ....

C Si les longueurs de deux côtés d'un triangle isocèle sont 3 cm et 7 cm, alors la longueur de son troisième côté est égale à .... cm

D ABC est un triangle tel que m ($\angle$ A) = 100°. Le côté le plus long du triangle est ....

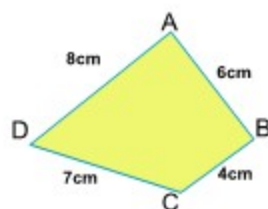
E ABC est un triangle tel que AB = 3 cm, BC = 5 cm. Alors AC $\in$]......., ...[

F Le plus long côté d'un triangle rectangle est ....

2 Dans la figure ci-contre,

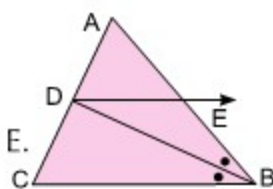
ABCD est un quadrilatère tel que

AB = 6 cm , BC = 4 cm,

CD = 7 cm et DA = 8 cm.

Démontrer que :

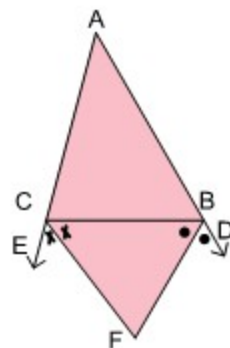
m ($\angle$ BCD) > m ($\angle$ BAD).

3 Dans la figure ci-contre,

A B C est un triangle, $\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de $\angle$ B, $\overline{BD} \cap \overline{AC}$ = {D} et $\overrightarrow{DE}$ // $\overline{CB}$ qui coupe $\overline{AB}$ en E.

Démontrer que A B > A D.

4 Dans la figure ci-contre,

ABC est un triangle tel que AB > AC, D $\in$ $\overrightarrow{AB}$, E $\in$ $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BF}$ est une bissectrice de $\angle$ DBC , $\overrightarrow{CF}$ est une bissectrice de $\angle$ BCE et $\overrightarrow{BF} \cap \overrightarrow{CF}$ = {F}.

Démontrer que : **A** m ($\angle$ FBC) > m ($\angle$ BCF)

B CF > BF

Modèles des examens d'algèbre et statistique

Modèle (1)

[1] Complète ce qui suit :

(1) L'ensemble solution, dans R, de l'équation $(x^2 + 3)(x^3 + 1) = 0$ est ....

(2) **Si la borne inférieure d'un intervalle est 10, la borne supérieure de l' intervalle est x et son centre est 15, alors x est égale à ....**

(3) $]-2 ; 2] \cup \{-2 ; 0\}$ = ...

(4) **Si le volume d'un cube est 8 cm^3, alors la somme des longueurs de ses arêtes est égale à ....cm**

(5) L'inverse du nombre $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$, sous la forme la plus simple, est égal à .....

---

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Si la longueur du rayon d'une sphère est égal à 6 cm, alors son volume est égal à
(a) $6\pi\ cm^3$ (b) $36\pi\ cm^3$ (c) $72\pi\ cm^3$ (d) $288\pi\ cm^3$

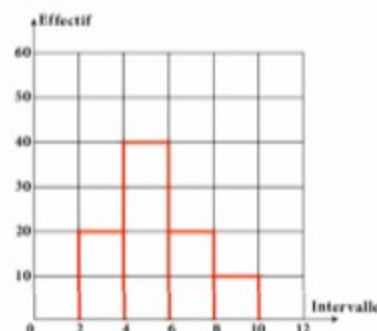
(2) **Si le point (a ; 1) vérifie la relation x + y = 5 ; alors a = ...**
(a) 1 (b) -4 (c) 4 (d) 5

(3) $(2\sqrt[3]{2})^3$ = ...
(a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 40

(4) La médiane des valeurs 34 ; 23 ; 25 ; 40 ; 22 ; 4 est ....
(a) 22 (b) 23 (c) 24 (d) 25

(5) Si la moyenne arithmétique des valeurs 27 ; 8 ; 16 ; 24 ; 6 ; k est 14, alors la valeur de k est égale à : ....
(a) 3 (b) 6 (c) 27 (d) 84

(6) **La figure ci-contre : Le mode = ...**
(a) 4 (b) 5
(c) 6 (d) 40

Effectif
60
50
40
30
20
10
0 2 4 6 8 10 12
Intervalle

[3] a) **Ecris** sous la forme la plus simple :

$$\sqrt{18} + \sqrt{54} - 3\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{24}.$$

b) **Soient** $x = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ **et** $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$. **Démontre que x et y sont conjugués.**

[4] a) **Trace graphiquement la relation linéaire : y = 2 - x**

b) **Détermine** l'ensemble solution, dans R, de l'inéquation $\frac{3x+1}{6} < x + 1 < \frac{x+4}{2}$ et **représente-le** sur une droite numérique.

[5] (a) La longueur du rayon de la base d'un cylindre circulaire droit est égale à $4\sqrt{2}$ cm et la longueur de sa hauteur est 9 cm. Calcule son volume en fonction de π. Si son volume est égale au volume d'une sphère, détermine la longueur du rayon de la sphère.

(b) Détermine la moyenne arithmétique de la distribution donnée par le tableau suivant.

Intervalle	5 ⟶	15 ⟶	25 ⟶	35 ⟶	45 ⟶	Totale
Effectifs	7	10	12	13	8	50

Modèle (2)

[1] Complète ce qui suit :

(1) L' opposé du nombre $-\sqrt{3} - \sqrt{5}$ est ....

(2) $(\sqrt{8} + \sqrt{2})(\sqrt{8} - \sqrt{2})$ = ...

(3) La conjuguée du nombre $\frac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ est égale à ....

(4) Si le volume d'une sphère est égale à $\frac{9}{2}\pi$ cm³, alors la longueur de son diamètre = ...cm.

(5) [3 ; 4] - {3 ; 5 } = ...

[2] Choisis la bonne réponse :

(1) Si le volume d'un cube est égale à 27 cm³ ; alors l'aire de l'un de ses faces est égale à ....

(a) 3 cm²　　(b) 9 cm²　　(c) 36 cm²　　(d) 54 cm²

(2) Si le mode de valeurs 4 : 11 : 8 ; 2x est 4 : alors x = ...

(a) 2　　(b) 4　　(c) 6　　(d) 8

(3) Si la moyenne arithmétique des valeurs 18 ; 23 ; 29 ; 2k - 1 ; k est 18, alors la valeur de k = ...

(a) 1　　(b) 7　　(c) 29　　(d) 90

(4) Si la borne inférieure d'un intervalle est 4 et la borne supérieure de l'intervalle est 8 , alors son centre est ....

(a) 2　　(b) 4　　(c) 6　　(d) 8

(5) Un cylindre droit le rayon de sa base est égale r. Sa hauteur est égale au diamètre de sa base. Alors son volume = ... cm³

(a) πr^3　　(b) πr^2　　(c) $2\pi r^3$　　(d) $2r^3$

(6) L ' ensemble solution dans R de l' équation $x(x^2 - 1) = 0$ est ....

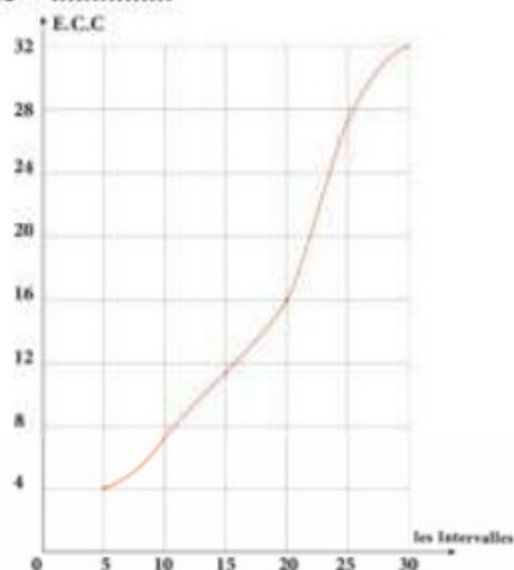
(a) {0} (b) {1} (c) {-1} (d) {0 ; -1 ; 1}

[3] a) **Ecris** sous la forme la plus simple : $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

b) **Démontre que** $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54} = 0$.

[4] a) **Détermine** l'ensemble solution, dans R, de l'inéquation $-2 < 3x + 7 \le 10$ et représente-le sur une droite numérique.

b) Si $x = \sqrt{2+\sqrt{3}}$, **détermine** la valeur de $x^4 - 2x^2 + 1$.

[5] a) La figure si contre représente (la courbe cumulée croissante de) notes de 32 élèves dans un examen. Complète : La note mediane = ...

b) **Détermine** la moyenne arithmétique de la distribution donnée par le tableau suivant

Intervalle	5→	15→	25→	35→	45→	Total
Effectif	4	5	6	3	2	20

Modèle (3)

Pour les élèves intégrés

Première question: Complète:

1) Le conjugué du nombre $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ est.......

2) $\sqrt{18} + \sqrt{54} - 3\sqrt{2} =$ ....

3) Le mode des valeurs 3; 5; 3; 4; 3 est ....

4) la médiane des valeurs 2; 3; 5; 7; 9 est ....

5) L' ensemble solution de l'équation $x^2 + 9 = 0$ dans R est ......

Deuxième question: Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses:

1) La moyenne arithmétique des valeurs 9; 6; 5; 14; 1 est ....

(a) 7 (b) 3 (c) 5 (d) 9

2) La forme la plus simple de $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ est ....

(a) $\sqrt{3}$ (b) 1 (c) $\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{3}$

3) L'opposé du nombre $-\sqrt{5}$ ....

(a) $\sqrt{5}$ (b) 5 (c) $\sqrt{2}$ (d) -5

4) $[3 ; 5] - \{3 ; 5\} =$ ....

(a)]3 ; 5[(b) [3 ; 5[(c) ϕ (d)]3 ; 5]

5) Le volume d'un cube est 64 cm^3 , alors la longueur de son arête = ... cm

(a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 64

Troisième question: écris devant chaque phrase de la deuxième colonne le nombre de la phrase convenable de la première colonne:

(A)	(B)
1) L'ensemble solution de l'équation $x^2 - 25 = 0$ dans R est.........	[0 , 2] ( )
2) [-3 , 2] ∩ [0 , 2] = ...	7 ( )
3) Si le rang de la médiane est le quatrième, alors Le nombre des données = ...	{5 , -5} ( )
4) $\sqrt{3}$ est un nombre	(droite numérique : segment fermé de 3 à 7) ( )
5) L'ensemble solution de l'inèquation $3 \leqslant x \leqslant 7$ est	irrationnel ( )

Quatrième question: mets le signe (✔) devant la phrase juste et le signe (✕) devant la phrase fausse:

1) La moyenne arithmétiques d'un ensemble des valeurs = leur somme ÷ leur nombre. ( )

2) Si $x = \sqrt{13} - \sqrt{7}$ et $y = \sqrt{13} + \sqrt{7}$ alors x et y sont conjugues. ( )

3) Le nombre irrationnel $\sqrt{7}$ est compris entre 2 et 3 ( )

4) $\sqrt{75} - 2\sqrt{27} = 7\sqrt{3}$ ( )

5) La forme la plus simple de $\frac{1}{\sqrt{5}}$ est $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ( )

Cinquième question:

(a) Si la boren inférieur d'un intervalle est 4, et la boren supérieure est 8, alorse le centre de cette intervalle = $\frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{2}$ = ...

(b) Complète le tableau suivant pour déterminer la moyenne:

Intervalle	5-	15-	25-	35-	45-	Total
Effectif	7	10	12	13	8	50

Intervalle	Centre d'intervalle	Effectif (E)	C × E
5 -	10	7	10 × 7 = 70
15 -	20	10	20 × 10 = ...
25 -	....	....	.... × 12 = ...
35 -	....	....	.... × 13 = ...
45 -	....	....	.... × 8 = ...
Total		50	....

La moyenne $= \dfrac{\sum (C \times E)}{\sum E} = \dfrac{\text{...........}}{\text{...........}} =$ ....

Modèle (1)

[1] Complète ce qui suit :

(1) Dans un triangle rectangle, ... est le côté le plus long.

(2) Si les longueurs de deux côtés d'un triangle sont 2 cm et 7 cm, alors ..... < la longueur du 3ème côté < ....

(3) Dans un triangle, si des angles ont des mesures inégales, alors au plus grand angle ....

(4) Si la longueur d'une médiane d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du côté correspondant, alors ....

(5) Si la mesure d'un angle d'un triangle isocèle est 60°, alors ce triangle est ....

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle équilatéral,
Alors m(∠ACD) = ...

(a) 45° (b) 60° (c) 120° (d) 135°

(2) Dans un triangle ABC rectangle en B, si AC = 20 cm, alors la longueur de la médiane issue de B est égale à ....

(a) 10 cm (b) 8 cm (c) 6 cm (d) 5 cm

(3) XYZ est un triangle tel que m(∠Z) = 70° et m(∠Y) = 60°, alors YZ ... XY.

(a) > (b) < (c) = (d) est le double de

(4) Lesquelles des longueurs suivantes peuvent être utilisées pour tracer un triangle ?

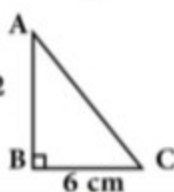
(a) 0 ; 3 ; 5 (b) 3 ; 3 ; 5 (c) 3 ; 3 ; 6 (d) 2 ; 3 ; 6

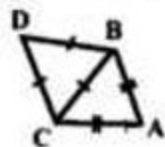
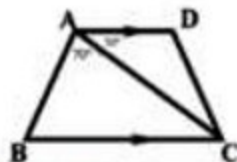
(5) Le triangle dont les mesures de deux angles 42° et 69° est un triangle ......

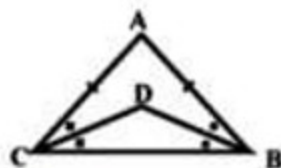
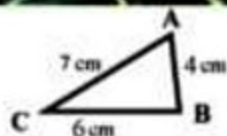
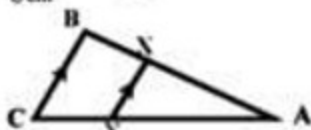
(a) isocèle (b) équilatéral (c) quelconque (d) rectangle

(6) Dans la figure ci-contre : m(∠C) = 2 m(∠A) , alors AC = ...cm

(a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 12

A
B C
6 cm

[3]a) **Complète :** « Dans un triangle ABC, si AB > AC, alors m (∠C) … m (∠B). »

b) Dans la figure ci-contre, m (∠ A) = 50°.
AB = AC et DBC est un triangle équilatéral.
Trouve : m (∠ ABD).

c) Dans la figure ci-contre,
$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, m (∠BAC) = 70° et m (∠DAC) = 50°.
Démontre que BC > AC.

[4]a) **Démontre que** : « Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont superposables. »

b) **Dans la figure** ci-contre, AB = AC,
$\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de ∠B
et $\overrightarrow{CD}$ est une bissectrice de ∠C.
Démontre que DBC est un triangle isocèle.

[5]a) Dans la figure ci-contre,
Range les angles du triangle ABC dans l'ordre décroisant.

b) Dans la figure ci-contre, AB > BC,
$\overline{XY}$ // $\overline{BC}$.
Démontre que AX > XY.

Modèle (2)

[1] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Le triangle qui a trois axes de symétrie, est un triangle ……
(a) quelconque (b) isocèle (c) rectangle (d) équilatéral

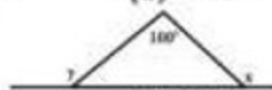
(2) La somme des longueurs de deux côtés d'un triangle est ……… la longueur du troisième côté.
(a) supérieure à (b) inférieure à (c) égale à (d) double de

(3) Si les longueurs de deux côtés d'un triangle isocèle sont 8 cm et 4 cm, alors la longueur du 3ème côté est égale à … cm
(a) 4 (b) 8 (c) 3 (d) 12

(4) ABC est un triangle tel que $m(\angle B) = 130°$, alors le plus long côté est
(a) $\overline{BC}$ (b) $\overline{AC}$ (c) $\overline{AB}$ (d) sa médiane

(5) XYZ est un triangle isocèle tel que $m(\angle X) = 100°$, alors $m(\angle Y) = ...$
(a) 100° (b) 80° (c) 60° (d) 40°

(6) Dans la figure ci-contre :
$x + y = ...$

(a) 100° (b) 140° (c) 180° (d) 280°

[2] *Complète ce qui suit :*

(1) Si la mesure d'un angle d'un triangle rectangle est 45°, alors ce triangle est ....

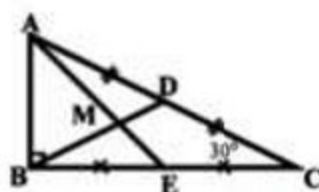
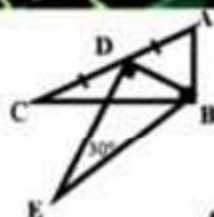
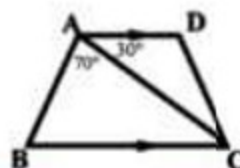
(2) La longueur d'un côté d'un triangle est .... la somme des longueurs de deux autres côtés.

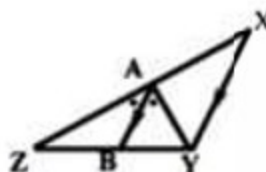
(3) Si $\overline{AB} = \overline{XY}$, alors AB = ...

(4) Dans un triangle ABC, si $m(\angle A) = 30°$ et $m(\angle B) = 90°$, alors BC = ... AC.

(5) L'axe de symétrie d'un segment est une droite .... en son milieu.

[3]a) ABC est un triangle tel que AB = 7 cm, BC = 5 cm et AC = 6 cm. **Range** les mesures des angles du triangle dans l'ordre croissant.

b) Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle rectangle en B, $m(\angle C) = 30°$,
D et E sont les milieux respectifs de $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$,
AC = 9 cm. **Détermine** les longueurs des $\overline{BD}$, $\overline{BM}$ et $\overline{AB}$.

[4]a) Dans la figure ci-contre,
$m(\angle ABC) = m(\angle BDE) = 90°$.
$m(\angle E) = 30°$. D est le milieu de $\overline{AC}$.
Démontre que AC = BE.

b) Dans la figure ci-contre,
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $m(\angle BAC) = 70°$ et $m(\angle DAC) = 30°$.
Démontre que AC > BC.

[5]a) **Complète :** « Dans un triangle, si des angles ont des mesures inégales, alors au plus grand angle est opposé ...... »

b) Dans la figure ci-contre,
$\overline{AB} \parallel \overline{XY}$, $\overrightarrow{AB}$ est une bissectrice de $\angle YAZ$.
Démontre que XZ > YZ.

Modèle (3)

Pour les élèves intégrés

Premiere question: Complète:

1) Le point d'intersection des médianes d'un triangle partage chacune des médianes dans le rapport .... : .... a partir de la base.

2) Dans un triangle rectangle la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit = ...

3) Les angles à la base d'un triangle isocèle ....

4) Dans $\triangle$ ABC, m ($\angle$ B) = 70°, m ($\angle$ C) = 50°, alors AC .... AB

5) La médiane issue du sommet d'un triangle isocèle est .... à la base

Deuxième question: Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses:

1) Si $\triangle$ ABC est équilatérale alors m ($\angle$ B) = ...

(a) 30° (b) 60° (c) 70° (d) 90°

2) La longueur du côté opposé de l'angle de 30° dans un triangle rectangle = ... l'hypoténuse.

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 2

3) Si la mesure de l'angle au sommet d'un triangle isocèle est 80° , alors la mesure de l'angle à la base = ...

(a) 60° (b) 40° (c) 30° (d) 50°

4) Le nombre d'axe de symétrie d'un triangle isocèle = ...

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

5) Dans $\triangle$ ABC, m ($\angle$ A) = 50° , m ($\angle$ B) = 60° , alors le plus long côté est ....

(a) $\overline{AB}$ (b) $\overline{BC}$ (c) $\overline{AC}$

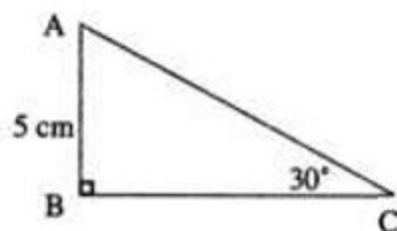
Troisième question: ABC est un triangle rectangle en B, m (∠ C) = 30°, AB = 5.cm.

Détermine la longueur de $\overline{AC}$.

∵ m (∠ B) = ... ; m (∠ C) = ...

∴ AB = $\frac{1}{2}$ × ....

∴ AC = ... cm

A
5 cm
30°
B
C

Quatrième question:

a) Dans △ ABC, m (∠ A) = 40°, m (∠ B) = 75°, m (∠ C) = 65°,

Range les longueurs des côtés du triangle décroissent.

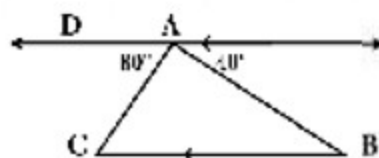
.... ; .... ; ....

b) Dans la figure ci-contre :

$\overleftrightarrow{AD}$ // $\overleftrightarrow{BC}$; Complète :

D A
80° 40°
C B

1) m (∠B) = ...°

2) Le côté.................est le plus long côté du triangle ABC

Cinquième question: Dans la figure ci-contre:

AB = AC = CD = AD, m (∠ BAC) = 70°

Détermine: (1) m (∠ B) , (2) m (∠ BAD)

D
A
70°
C
B

Dans △ ABC:

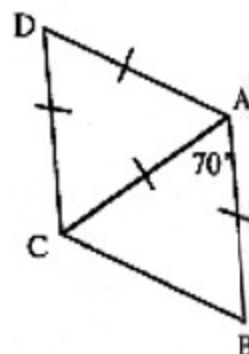
∵ AB = ...

∴ m (∠ B) = m (∠ C) = $\frac{180 - ...}{2}$ = ...

Dans △ ABC:

∵ ABC équilatérale

∴ m (∠ ....) = m (∠ ....) = m (∠ ....) = ... °

∴ m (∠ BAD) = ... ° + ... ° = ... °

Mets le signe (√) devant la phrase vraie et le signe (×) devant la phrase fausse :

Dans la figure ci-contre :

AB = AC = CD = AD = 10 cm ; m (∠BAC) = 70°

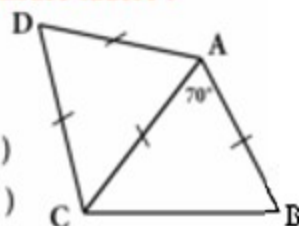
D
A
70°
C
B

(1) m (∠B) = 55° ( )

(2) m (∠D) = 70° ( )

(3) m (∠DCB) = 120° ( )

(4) AB + AD = 20 cm ( )

(5) AB + BC = BC +CD ( )

المواصفات الفنية

المقاس	عدد الصفحات بالغلاف	ورق المتن	ورق الغلاف	طباعة المتن	طباعة الغلاف	التجليد	رقم الكتاب
$\frac{١}{٨}$ (٥٧×٨٢)	١٦٠	٨٠ جرام	٢٠٠ جرام	٤ لون	٤ لون	بشر	١٥٩٠/١٠/١٥/١١/٢/٢١

http://elearning.moe.gov.eg

صندوق تأمين ضباط الشرطة